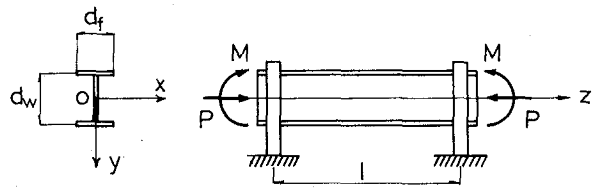
I-278　軸圧縮力と曲げモーメントを受ける部材の座屈解析

早稲田大学　正員　○依田照彦
早稲田大学　正員　平嶋政治

1. まえがき

本報告は，軸圧縮力と曲げモーメントを同時に受けるI形断面部材の横倒れ座屈問題を，一次元棒理論により統一的に解析することを目的としたものである。その際，横倒れ座屈モードに及ぼす断面変形の影響と座屈前変位の影響を数値的に調べ，一次元棒理論の妥当性を有限帯板法による座屈値との比較により確かめた。

さらに，座屈値に及ぼす断面変形の影響と座屈前変位の影響の度合を，軸圧縮力を変化させた場合，フランジの幅厚比を変化させた場合について比較・検討した。



図－1　I形断面部材の載荷状態

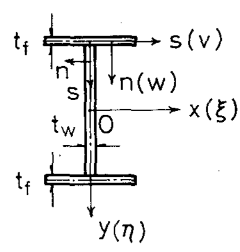
2. 解析方法

解析の対象となるI形断面部材（図－1参照）の座標系を図－2のように定義し，変位場の基本変位成分として図－3に示したようなモードを選べば，基本変位成分について二次項まで考慮した有限変位場は，一次元棒理論の仮定[1)]より，

$$v = l\xi + m\eta + ly\theta - (my + lx)\frac{\theta^2}{2} - lx\theta\chi - lx\frac{\chi^2}{2}, \tag{1a}$$

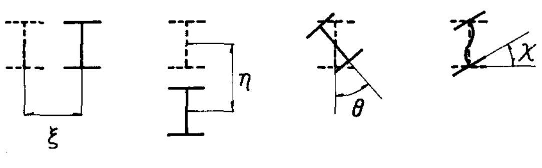
$$w = -m\xi + l\eta - (my + lx)\theta - \left(lx - \frac{1}{2}my + \frac{2my}{d_w^2}\right)\chi - ly\frac{\theta^2}{2}, \tag{1b}$$

$$u = \zeta - x\xi' - y\eta' - \omega\theta' - y\xi'\theta + \left(\frac{y}{2} - \frac{2y^3}{d_w^2}\right)\xi'\chi + x\eta'\theta + x\eta'\chi + \left(\frac{y^2}{4} - \frac{3y^4}{2d_w^2}\right)\theta'\chi + \left(\frac{y^2}{4} - \frac{y^4}{2d_w^2}\right)\chi'\theta - \left(\frac{y^2}{8} - \frac{y^4}{d_w^2} + \frac{2y^6}{d_w^4}\right)\chi'\chi, \tag{1c}$$



図－2　座標系

と表わせる。ここに，v, w, u：s, n, z方向の変位，l, m：方向余弦，ζ：図心での軸方向変位，ω：そり関数，$(\ )' = \frac{\partial}{\partial z}$である。この変位場に適合するひずみ場と応力場はそれぞれ



図－3　変位成分のモード図

$$\varepsilon_z = u' + \frac{1}{2}\{(v')^2 + (w')^2\}, \quad \sigma_z = E\varepsilon_z, \tag{2a,b}$$

$$\gamma_{zs} = \dot{u} + v' + \dot{w}w', \quad \tau_{zs} = G\gamma_{zs}, \tag{2c,d}$$

$$\varepsilon_s = \dot{v} + \frac{1}{2}\{(\dot{u})^2 + (\dot{w})^2\}, \quad \sigma_s = E\varepsilon_s, \tag{2e,f}$$

となる。ここに，$(\dot{\ }) = \frac{\partial}{\partial s}$，$E$：ヤング率，$G$：セン断弾性係数である。

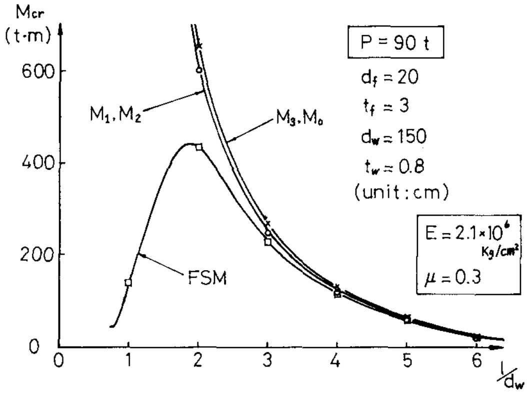
一次元棒理論によれば，基準状態の全ポテンシャルエネルギーπは

$$\pi = \int_0^l \int_A \left\{\frac{1}{2}\sigma_z\varepsilon_z + \frac{1}{2}\tau_{zs}\gamma_{zs} + \frac{1}{2}\sigma_s\varepsilon_s\right\} dAdz - \int_0^l \int_A \{P_x\xi + P_y\eta + P_z u\} dAdz - \left[\int_A \{\sigma_z^* u + \tau_{zs}^* v + \tau_{zn}^* w\} dA\right]_0^l \tag{3}$$

と表わせる。[2)] ここに，P_x, P_y, P_z：分布外力，$\sigma_z^*, \tau_{zs}^*, \tau_{zn}^*$：両端における表面外力，$A$：断面積である。

座屈安定の支配方程式はπの第二変分が停留値を取る条件：　$\delta\left(\frac{1}{2}\Delta^2\pi\right) = 0$　(4)　より求まる。[2)] また，軸圧縮力Pと曲げモーメントMを受け，両端で単純支持されているI形断面部材の座屈前のつり合い状態は，$\delta\pi = 0$より決定でき，$\xi = \theta = \chi = 0$，$\zeta \neq 0$，$\eta \neq 0$，$\sigma_z = -\frac{P}{A} + \frac{M}{I_x}y$，$\tau_{zs} = 0$，$\sigma_s = 0$　(5a～f)が得られる。

式(4)に座屈前の変位・応力を用いれば、式(1),(2),(3)を利用することにより、座屈時の微小変分$\Delta\xi, \Delta\theta, \Delta X$に関する座屈安定方程式を得ることができる。ここに、軸方向に変化する座屈モードとして、sin形状の曲線を仮定すれば、座屈安定の係数行列式が求まる。この固有値問題は、座屈値に及ぼす断面変形の影響(ΔX)と座屈前変位の影響(η)を含んでいるので、この両者を考慮した座屈値を$(M_1)_{cr}$，断面変形のみを考慮した場合の座屈値を$(M_2)_{cr}$，座屈前変位のみを考慮した場合の座屈値を$(M_3)_{cr}$，両者とも無視した慣用的な座屈値を$(M_0)_{cr}$とすれば、係数行列式を零にする条件よりそれぞれの座屈値が計算できる。

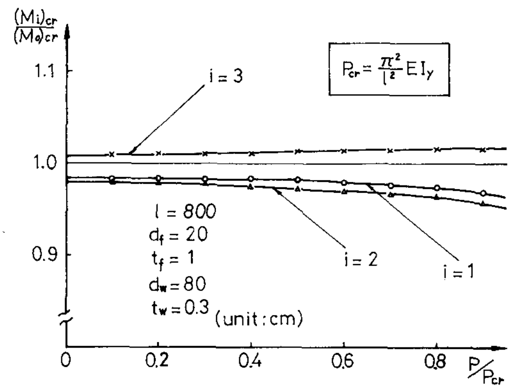


図−4 座屈モーメントM_{cr}と辺長比l/d_wの関係

3. 数値計算結果

一次元棒理論による座屈解析の妥当性を確かめるため、有限帯板法(FSM)による座屈値との比較を試みた。(図−4) その結果、局部座屈が支配的である短い部材を除けば、一次元棒理論でも断面変形と座屈前変位の影響を考慮できることが分った。また、軸力Pを変化させたときの各座屈値の変化の程度$\frac{(M_i)_{cr}}{(M_0)_{cr}}$ ($i=1,2,3$) を図−5より観察すると、$I_x \gg I_y$ (ただし, I_x, I_y: 断面二次モーメント) であるI形断面部材では座屈値に及ぼす断面変形と座屈前変位の影響は小さいと考えられる。しかしながら、本解析では軸力による付加曲げモーメントの影響を考慮していないので、上の議論が軸力の大きい場合や任意の断面寸法を持つ部材の場合について成立するとは言い難い。

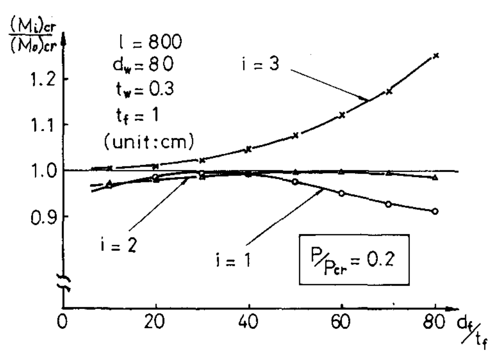
さらに、フランジの幅厚比を変化させて、$(M_0)_{cr}$に対する$(M_i)_{cr}$の変動の程度を調べた。(図−6) その結果、特に大きな幅厚比を有する部材を対象としない限り座屈値に及ぼす断面変形と座屈前変位の影響は小さいことが分った。



図−5 $(M_i)_{cr}/(M_0)_{cr}$とP/P_{cr}の関係

4. あとがき

一次元棒理論による座屈解析を、軸圧縮力と曲げモーメントを受けるI形断面部材に適用し、数値計算を行なった結果、実用に供し得るようなI形断面部材では横倒れ座屈値に対する断面変形および座屈前変位の影響は小さいことが分った。このことより、局部座屈のように一次元棒理論では解析できない問題を除けば、座屈値として慣用的な横倒れ座屈モーメント$(M_0)_{cr}$が利用できると考えられる。ただし、$(M_0)_{cr}=\sqrt{\left(EI_y\frac{\pi^2}{l^2}-P\right)\left(EI_\omega\frac{\pi^2}{l^2}+GJ_j-P\frac{I_x+I_y}{A}\right)}$.



図−6 $(M_i)_{cr}/(M_0)_{cr}$とd_f/t_fの関係

参考文献 1) 西野・長谷川・名取：断面変形とせん断変形を考慮した長方形薄肉断面はりの理論，土木学会論文報告集，No.248.

2) 平嶋・依田：薄肉断面部材の座屈安定方程式の誘導に関する一考察，第25回応用力学連合講演会概要集.