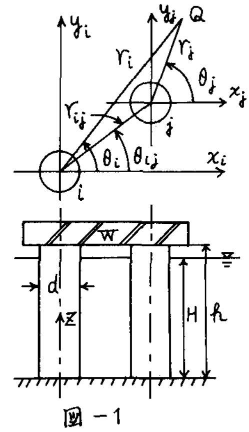
I-242　多柱基礎に対する地震時動水圧

九州大学 工学部　正員　小坪清真
九州工業大学　正員　○高西照彦

<u>1．まえがき</u>　著者等は前論[(1),(2)]において，多柱基礎に対する地震時動水圧の2次元論的及び3次元論的考察を行い，著者等が導いた理論解と2次元模型による実験結果とがよく一致することを示した。さらに，単柱に対する深さ方向の動水圧分布を表わす近似式を用いて，多柱基礎の3次元動水圧を容易に求める方法を提案し，それに従えば，実際規模の多柱基礎についての数値計算結果は厳密解によく一致することを確かめた。前論における理論解は，多柱基礎に対する地震時動水圧を求めるのに，緩和法的な考え方に従って逐次近似的に正解を得ようとするものであった。この方法では，多柱基礎を構成する柱の本数が多くなると，各柱に対する動水圧の理論式を導く手数が加速度的に増大し，その計算式は煩雑で，多大の計算時間が必要となる。また，直径が各柱でまちまちであったりあるいは柱配置が不規則であるような場合については，その煩雑さはさらに一段と増大する。そこで本論では前論におけるような煩雑な計算を必要とせず，しかも見通しのよいすっきりした形の動水圧の理論的解析法を新たに提案し，本法によって求めた多柱基礎の各柱に対する3次元動水圧（剛振動及び弾性自由振動）の計算結果の一例を示す。本解析法は以下に述べるように，多柱基礎が水中で振動しているとき，その動水圧を表わす表示式中に未定係数を導入して，この未定係数を境界条件を満足するように定めようとするものである。本法によれば，単に柱の本数の2倍の元数をもつ連立一次方程式を解くだけで，多柱基礎が水中で振動しているときの動水圧式を決定することができる。このとき柱の本数の多少，柱径の不均一性，柱配置の不規則性の如何にかかわらず，上記の多元連立一次方程式の各要素は一定の規則に従って簡単な手続きでこれを求めることができるので，前論のような煩雑な計算を行なうことなく任意の多柱基礎に対する動水圧の理論解が得られる。ただ，弾性自由振動に対しては，水中における柱の固有振動周期及び振動型が一定値に収束するまでくり返し計算を行う必要があるのは単柱の動水圧を求める場合と同様である。

<u>2．3次元剛振動の動水圧理論</u>　i柱，j柱，…から構成された多柱基礎が，水中でx及びy方向に円振動数ωで正弦的に剛振動しているとき，水中の任意点Q（図－1）の動水圧は，実体波のみを考えれば次式のように表わせる。

$$\sigma=-w_0 d\sum_{i=i,j\cdots}\sum_{m=1}^{\infty}A_m\{D_{im}^{x}\cos\theta_i+D_{im}^{y}\sin\theta_i\}\cos\lambda_m z\,K_1(\eta_m r_i)\sin\omega t \qquad (1)$$

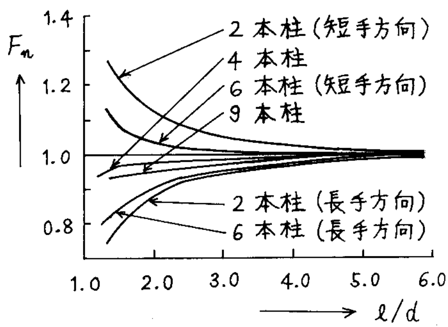


図－1

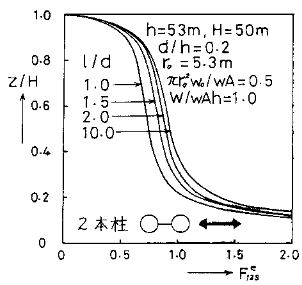
ここに，w_0は水の単位体積重量，dは円柱の直径（以下簡単のため円柱の直径がすべて等しい場合を考える），D_{im}^{x}，D_{im}^{y}はi柱のx，y方向振動に対する動水圧式中の未定係数，A_m，η_mは方程式$\cot\lambda_m h=-g\lambda_m/\omega^2$を満足する固有値$\lambda_m$から定まる定数である。$g$は重力の加速度，$K_1(z)$は変形ベッセル関数である。さて，多柱基礎が$x$方向に単位加速度振幅で剛振動しているとき，(1)式から求められる円柱境界での水分子のx方向の動水圧勾配は，各柱について$\partial\sigma/\partial r_i|_{r_i=d/2}=w_0\cos\theta_i\sin\omega t$（$i=i,j,\cdots$）を満足しなければならない。同様に$y$方向については$\partial\sigma/\partial r_i|_{r_i=d/2}=w_0\sin\theta_i\sin\omega t$である。いま$i$柱について考えると，(1)式において$j$柱の運動に基づく動水圧式を用いて$i$柱まわりの水分子の加速度を厳密に求めるのは非常に煩雑であるから，本論ではi柱の中心位置における加速度を採用することによって，j柱の運動がi柱に与える影響を近似的に評価した。また，(1)式自身も多柱基礎の動水圧を厳密に表現した式とはいえない。しかし，これらの近似による誤差が各柱の動水圧に及ぼす影響は，いずれも柱と柱との間隔lがdに比べて少し大きくなれば（$l/d\geqq1.5$）ほとんど無視することができる。以上の所論から次に示すような未定係数D_{im}^{x}，D_{im}^{y}等を定める連立方程式を導くことができる。すなわち，x方向振動に対して

$$D^x_{im}+\sum_{j\neq i}\frac{K_0(\eta'_m r_{ij})+\cos 2\theta_{ij}K_2(\eta'_m r_{ij})}{K_0(\eta'_m d/2)+K_2(\eta'_m d/2)}D^x_{jm}+\sum_{j\neq i}\frac{\sin 2\theta_{ij}K_2(\eta'_m r_{ij})}{K_0(\eta'_m d/2)+K_2(\eta'_m d/2)}D^y_{jm}=1$$

$$D^y_{im}+\sum_{j\neq i}\frac{K_0(\eta'_m r_{ij})-\cos 2\theta_{ij}K_2(\eta'_m r_{ij})}{K_0(\eta'_m d/2)+K_2(\eta'_m d/2)}D^y_{jm}+\sum_{j\neq i}\frac{\sin 2\theta_{ij}K_2(\eta'_m r_{ij})}{K_0(\eta'_m d/2)+K_2(\eta'_m d/2)}D^x_{jm}=0 \quad \text{------}(2)$$



図－2　水の附加質量係数（剛振動）



図－4　2本柱に対する附加質量係数（1次元弾性自由振動）

y方向振動に対しては上式の右辺の1を0に，0を1にすればよい。D^x_{im}等が定まれば(1)式から各柱の動水圧を求めることができる。従って水の附加質量係数も容易に得られる。結局，未定係数Dに関する連立方程式(2)を解けばすべて必要な値を求めることができることになる。計算結果の一例を図－2，3に示した。図－2はl/dに対する多柱基礎1本当りの平均の水の附加質量係数を，図－3は$l/d=2.0$に対する各柱への水の附加質量係数を示す。これらは前論の結果と全く一致する。ここで，図－2については深さ方向の動水圧をすべて加え合わせた全動水圧値を用いた。また，図－3では単柱に対する水の附加質量を単位にとって1としている。

3. 弾性自由振動の動水圧理論

多柱基礎が水中でx方向に弾性自由振動を行っているとき，i柱についてその影響関数を$\delta_i(z,\xi)$，単位長さ当りの重量をw_iA_i，天端重量を柱1本当りW_i，単位長さ当りに働らくx方向動水圧を$p_i(\xi,t)$とすれば，i柱の弾性変位$\eta_i(z,t)$は

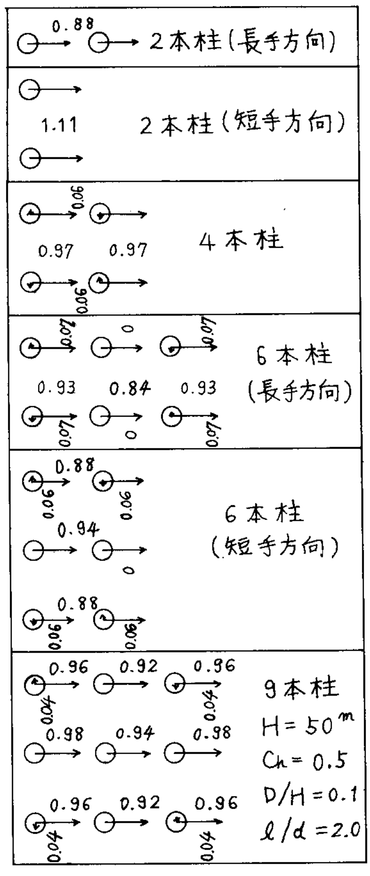
$$\eta_i(z,t)=\int_0^H\delta_i(z,\xi)p_i(\xi,t)\,d\xi-\frac{w_iA_i}{g}\int_0^h\delta_i(z,\xi)\frac{\partial^2}{\partial t^2}\eta_i(\xi,t)\,d\xi-\frac{W_i}{g}\delta_i(z,h)\frac{\partial^2}{\partial t^2}\{\eta_i(h,t)\}\cdots(3)$$

と表わされる。y方向についても同様な式が成り立つ。

さて，この場合も前章の場合と同様に考えて，動水圧$p_i(z,t)$に未定係数D^x_{im}等を導入し，境界条件$\left.\frac{\partial\phi}{\partial r_i}\right|_{r_i=d/2}=-\frac{w_o}{g}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\{\eta_i(z,t)\}\cos\theta_i$　を満足するようにD^x_{im}等を定めることにする。$p_i(z,t)$　は弾性変位$\eta_i(z,t)$が与えられなければ求めることができないので，まず多柱基礎の円振動数n_s及び各柱の弾性変位を適当に仮定して，これらの値を用いて(3)式の計算を行ったとき，それが(3)式を満足するように繰返し計算を行ってn_s及び$\eta_i(z,t)$を修正していかなければならない。これらの計算手順は本質的には単柱の場合のそれと全く同様である。一方，境界条件を満足するように$p_i(z,t)$中に含まれる未定係数D^x_{im}等を定めるためには，弾性変位$\eta_i(z,t)$を次式に示すように動水圧と同型の表示式に展開することが必要である。すなわち，

$$\eta_i(z,t)=\sum_{m=1}^{\infty}B_m\cos\lambda_m z\,\sin n_s t\quad\text{--------}(4)$$

ここに，B_mはフーリエ係数。



図－3　各柱に対する水の附加質量係数（剛振動）

柱の弾性変位を上式のように表示すれば，上述のくり返し計算の各段階において(2)式で示されたと同様な型の未定係数D^x_{im}等に関する連立方程式を解いてD^x_{im}等を定めることができる。図－4は前論の方法によって求めた2本柱に対する水の附加質量係数の分布を示す。本論による計算結果については講演時に発表する予定である。

(1) 小坪・高西：多柱基礎への水の附加質量について，土木学会論文報告集，第248号，1976年4月。
(2) 小坪・高西：多柱基礎に対する水の附加質量の3次元解析，土木学会論文報告集，第259号，1977年3月。