

1. まえがき

弾性支承のバネ定数が梁の延長方向で種々異なる場合の梁の地震応答についての一計算方法を述べる。

応答計算の対象として、一端固定、他端タワミ角 0 となる例としては橋梁のクイ基礎を有する橋脚を取り上げ、梁を各質点に分割し、それぞれの応答量をルンゲ・クッタ・ギル法により求めた。

外力として、1968.5.16 十勝沖地震で新石狩大橋（一般国道 275 号）で記録された $q.L$ の E-W 成分を採用し、梁が降伏応力に達した後は復元力特性が総合的に各質点とも TRI-LINEAR と仮定し、応答計算を行ない、また同様の復元力特性を有する 1 質点系の定常強制振動の近似解を求め、それぞれの結果について若干の考察を加えた。

2. バネ定数の算定およびルンゲ・クッタ・ギル法による運動方程式

各質点のバネ定数は図-1 の弾性支承を持つ連続梁として各質点の単位荷重による変位を伝達マトリクス法により算定することにより求めた。図-1 の $\bar{K}_k, K_k$ はそれぞれ鉛直および回転バネを表わす。

伝達マトリクス法において連続の条件から l_k の両端における状態ベクトル V_k^L, V_k^R 、支え k における連続条件（タワミとタワミ角が連続）から次式となる。

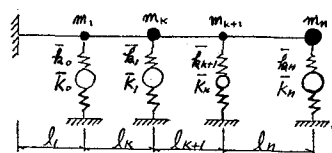


図-1 弾性支承上の梁

$$V_{k+1}^L = R_k F_k V_k^R \quad (1)$$

ここに R_k, F_k はそれぞれ格次伝達マトリクスおよび梁 l_k の格次伝達マトリクスを表わす。

また梁の両端の境界条件は $V_1^L = R_0 A_1^L, F_1^R V_n^R = 0$ となる。

$$(2)$$

ここに R, A_1^L は左端の境界マトリクスおよび初期ベクトルを、 F, V_n^R は右端の境界マトリクスを表わす。ただしここで右端の境界条件を満足するように数値計算の際 K_{10} とタワミ角 0 に収束するまで増加させた。

一方 n 質点系が図-2 の復元力特性を有するとすると、運動方程式を絶対変位で表わすと

$$\ddot{x}_i = 2\mu_{i+1}(\ddot{x}_{i+1} - \ddot{x}_i) - 2\mu_i(\ddot{x}_i - \ddot{x}_{i-1}) - \{(1 - \mu_{i+1})P_{2i}(\ddot{x}_{i+1} - \ddot{x}_i) + C_{i+1}P_{2i}\}/m_i - \{(1 - \mu_i)(P_{2i-1} + P_{2i})(\ddot{x}_i - \ddot{x}_{i-1}) + C_i(P_{2i-1} + P_{2i})\}/m_i - A_i \ddot{z}, \quad i=1, 2, \dots, n \quad (3)$$

ここに $P_i + P_{i+1} = k_i, -P_{i+1} = k_{i+1}, C_i, C_{i+1}$ は $\eta_1, \eta_2, \gamma_1, \gamma_2$ より定まる各区間における $x=0$ の復元力を表わす。なお η_1, η_2 は弾性傾斜率を、 γ_1, γ_2 は降伏変位であらう。また A_i は図-1 で左端 E 地震基盤とした場合の各質点での加速度増幅率を表わす。(3)式で $\ddot{x}_i = \ddot{y}_{2i-1}, \ddot{x}_i = \ddot{y}_{2i}, \ddot{x}_i = \ddot{y}_{2i}$ とおけば(3)式は

$$\ddot{y}_{2i} = 2\mu_{i+1}(\ddot{y}_{2i+2} - \ddot{y}_{2i}) - 2\mu_i(\ddot{y}_{2i} - \ddot{y}_{2i-2}) - \{(1 - \mu_{i+1})P_{2i}(\ddot{y}_{2i+1} - \ddot{y}_{2i-1}) + C_{i+1}P_{2i}\}/m_i - \{(1 - \mu_i)(P_{2i-1} + P_{2i})(\ddot{y}_{2i-1} - \ddot{y}_{2i-3}) + C_i(P_{2i-1} + P_{2i})\}/m_i - A_i \ddot{z} \quad (4)$$

結局(4)式の 1 階連立微分方程式を解くことになる。

図-2 より質点 i の復元力 f_i は

$$f_i = (1 - \mu_i)(P_{2i-1} + P_{2i}) + C_i(P_{2i-1} + P_{2i}) \quad (5)$$

なお図-2 に示すように変位は弾性区間にあるときは 2 方向性であり、ソ性区間にあるときは 1 方向性である。

3. 1 質点系の定常強制振動について

図-2 の復元力特性で地震動を正弦波とした場合の運動方程式は次式となる。地震動加速度を α_0 とすれば

$$m\ddot{x} + \mu\dot{x} + kx = -m\alpha_0 \cos(\omega t + \varphi) \quad (6)$$

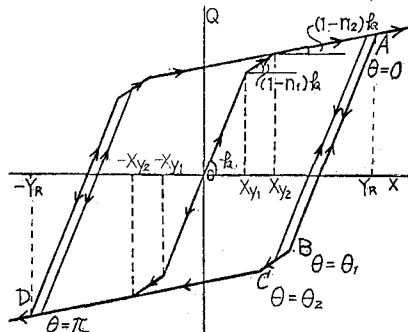


図-2 復元力特性

定常振動は $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$ に至る半周期振動の繰り返しであると考えられるので、復元力は

$$F(x, t) = X + m_1 \ddot{x}_g - m_2 \ddot{y}_R + \ddot{x}_g (m_2 - m_1), \quad 0 < \theta < \theta_1$$

$$= (1 - m_1)X + m_1 \{ \ddot{y}_R - \ddot{x}_g (1 + m_1/m_2) - \ddot{x}_g (1 - m_1/m_2) \} + m_1 \ddot{x}_g - m_2 \ddot{y}_R + \ddot{x}_g (m_2 - m_1), \quad \theta_1 < \theta < \theta_2$$

$$= (1 - m_2)X + \{ \ddot{x}_g + \ddot{y}_R - \ddot{x}_g \cdot m_1/m_2 - \ddot{x}_g (2 - m_1/m_2) \} \cdot (m_2 - m_1) + m_1 \{ \ddot{x}_g + \ddot{y}_R - \ddot{x}_g (1 + m_1/m_2) - \ddot{x}_g (1 - m_1/m_2) \} - m_2 \ddot{y}_R, \quad \theta_2 < \theta < \pi$$

$$\theta_1 = \cos^{-1} \{ [1 - \ddot{x}_g (1 + m_1/m_2) / \ddot{y}_R - \ddot{x}_g (1 - m_1/m_2) / \ddot{y}_R] \}$$

$$\theta_2 = \cos^{-1} \{ [1 - m_1/m_2 \cdot \ddot{x}_g / \ddot{y}_R - \ddot{x}_g (2 - m_1/m_2) / \ddot{y}_R] \}$$

(6) 式の応答を近似(6)に $x = X \cos \omega t$ とし、 $\omega t = \theta$ とし、 $F(x, t)$ をフーリエ級数展開し第1項のみをとると、 $F(X \cos \theta, \theta) = C_1 \cos \theta + S_1 \sin \theta$ (7)

$$C_1 = \frac{2}{X\pi} \int_0^\pi F(X \cos \theta, \theta) \cos \theta d\theta$$

$$S_1 = \frac{2}{X\pi} \int_0^\pi F(X \cos \theta, \theta) \sin \theta d\theta$$

(8) 式より G, S_1 を求め $\ddot{x}_g, \omega_0^2 = \alpha_e, H = \mu / 2m\omega_0$ とおくと共振曲線は次式となる。

$$\frac{X}{\ddot{x}_g} = \frac{\alpha_e}{\alpha_e \sqrt{C_1 - (\omega/\omega_0)^2}^2 + (S_1 - 2H\omega/\omega_0)^2}} \quad (9)$$

4. 数値計算例の結果

応答計算に用いた数値を次ぎに示す。

i	m_i (kg/cm)	B_i (kg/cm)	$\ddot{x}_g$ (cm)	$\ddot{y}_R$ (cm)	m_1	m_2	h	A_i
10	138.354	1.98433x10 ⁴	1.0	2.0	0.66	0.89	0.02	7.0
			(1.0)	(0.89)	(0.66)	(0.89)	(0.02)	(1.0)
901	13.353	4.62403x10 ⁴	(*)	(*)	(*)	(*)	(*)	0.9-0.5
			(*)	(*)	(*)	(*)	(*)	(0.9-0.5)

上表で () は BI-LINEAR の場合を示す。結果は図-3, 4 に示す。図-3 では $\ddot{x}_g = 10$ のとき図-1 で右側の橋脚部の変位および加速度を示した。

また定常強制振動の共振曲線を図-5, 6 に示したが、それぞれ $H=0, m_1=0.7, m_1/m_2=0.875$ とし $\alpha (= \ddot{x}_g/\ddot{y}_R)$, $AMP (= \alpha_0/\alpha_e)$ を変化させたものである。

図-5 では $X/\ddot{x}_g > 1.5$ で TRI-LINEAR, $1 < X/\ddot{x}_g < 1.5$ で BI-LINEAR の共振曲線であり、図-6 では $X/\ddot{x}_g = 2$ で図-5 と同様に特性が変化する。

5. 考察およびあひまき

地震波 ($\tau=0.005$ 秒) による応答で、この例では $\ddot{x}_g = 10$ で両特性ともソ性域に移行し、復元力特性の差の変位、加速度に及ぼす影響は大きい。一方定常強制振動については $\ddot{x}_g/\ddot{y}_R$ が大きく α_0/α_e が小さければ振幅は減衰し、高次の振動は起らないようである。計算例が示すように一概には言えないが $\ddot{x}_g/\ddot{y}_R, \alpha_0/\alpha_e$ のヒリオにより、いわゆるジャンプ現象が起ることも判る。一般的に TRI-LINEAR になると非線形性が度々あるといえる。

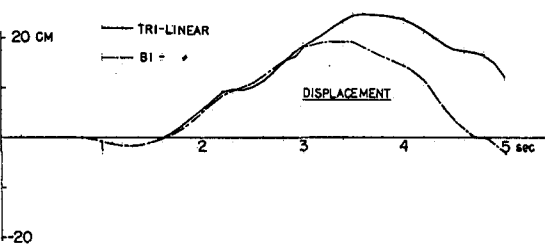


図-3 応答変位 ($\ddot{x}_g = 10$)

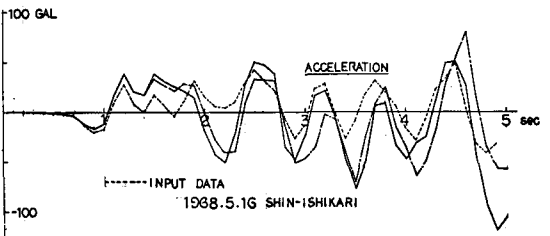


図-4 応答加速度 ($\ddot{x}_g = 10$)

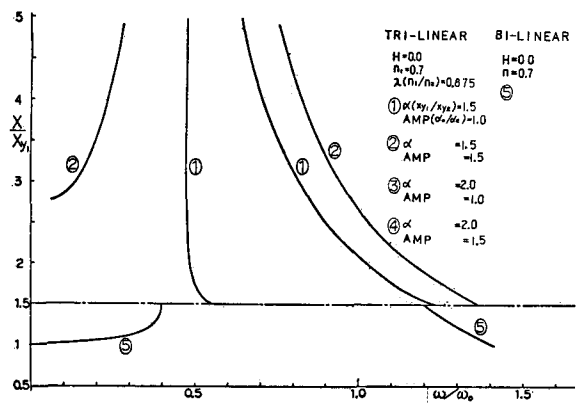


図-5 共振曲線 (A)

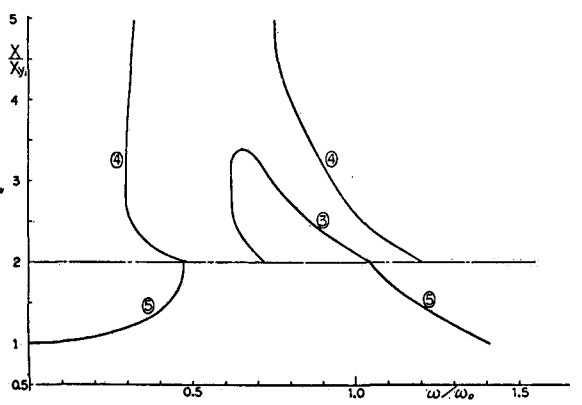


図-6 共振曲線 (B)