

京都大学工学部 〇正真 河野健二

京都大学工学部 正真 山田善一

岡山大学工学部 正真 竹宮忠和

1. まえがき

地盤中に基礎を有する構造物の相互作用解析において上部構造物と下部構造物の二つの構造部分に分けて扱う方法は有力な手法と思われる。特に上部構造物が固定された基礎を有する場合、一般に classical normal mode が適用できる応答解析に必要なモード数も非常に少なくなる。また下部構造物の動的特性はインピーダンスマトリックスによって表わすことができる。上部構造物に関して座標変換により求めた数個の運動方程式と下部構造物に関する並進あるいはロッキング等に関する運動方程式により全体の式が得られる。この全体の運動方程式は一般に非比例形の減衰マトリックスとなるため複素モード解析が必要になるが、吊橋の塔-基礎系を例にとった場合、実用的な立場から classical normal mode による応答解析との比較を試みた。また地盤の非線形特性が上部構造物に及ぼす影響についても検討した。

2. 解析手法

基礎地盤のモデル化

半無限弾性地盤中にある基礎構造物の動的特性は波動論による解析あるいは FEM による解析から得られるインピーダンスマトリックスを用いて表わすことができる。一般にインピーダンスマトリックスは外力の振動数に依存した形で表わされる。A.S. Kelessos の研究によると半無限弾性體上にある円形剛板のインピーダンスマトリックスが外力の振動数の関数として近似的な形で表わされている。この結果を利用するとロッキング振動に関して変数 ϕ を導入することにより外力の振動数に独立な振動系が得られる。また Novak の研究によると根入れを有する基礎構造物のインピーダンスマトリックスが近似的な形で表わされている。これらの結果を用いると基礎構造物は Fig. 1 のような振動モデルによって表わされる。従って基礎構造物の運動方程式は外力の振動数に独立な形として次のように表わされる。

$$[M_b]\{\ddot{x}_b\} + [C_b]\{\dot{x}_b\} + [K_b]\{x_b\} = \{F_b\} \quad \dots (1)$$

ここに $\{x_b\} = [x_0, \theta, \phi]^T$

全体のモデル化

上部構造物である塔は FEM を用いて解析も行なうことにする。塔の運動方程式に基礎の並進・ロッキングの運動を相互作用力 $Q_0(t)$, $M_0(t)$ の形で加えると全体の運動方程式が得られる。上部構造物の運動方程式はモーダルマトリックス $[V]$ によって自由度を低減して扱うことができるので全体の運動方程式は次のようになる。

$$[M]\{\ddot{y}\} + [C]\{\dot{y}\} + [K]\{y\} = \{F\} \ddot{z}_g(t) \quad \dots (2)$$

変数 ϕ の影響

これまでの定式化において地盤中にある基礎構造物のインピーダンスマトリックスを変数 ϕ の導入により振動数に独立な系へと変換した。Fig. 2 に示すように基礎構造物の間接数応答関数はロッキング振動に関して変数 ϕ の影響は $H/2r_0$ が大きい場合は小さく、 $H/2r_0$ が小さい場合、大きいことが示される。

等価線形化

並進、ロッキング振動とも手法は同様であるからロッキング振動を例にとると、回転角 θ をバネの伸びとクーロンスライダの滑りを ϕ に分ける。このとき bilinear 系と等価線形系の自乗誤差の期待値の最小化を行うと等価剛性及び減衰係数が計算できる。ところで $E[\phi^2]$ の評価は次式で与えられる。 $E[\phi^2] = 2\sqrt{\frac{2}{\pi}} \phi_0 \rho_0(q)$ ただし $\rho_0(q)$ は ϕ_0 の確率密度関数である。シミュレーション実験の結果から $\rho_0(q)$ は近似的に $(q_0^2/q^2)^m$ で表わされる。本研究では $m=3$ を用いる。また ϕ_0^2 の値は

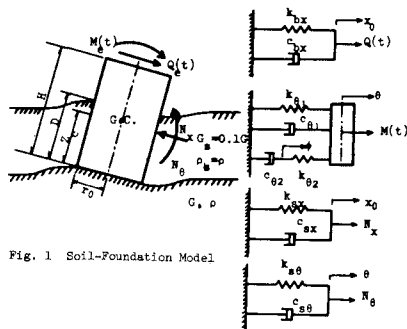


Fig. 1 Soil-Foundation Model

等の減衰域応答を仮定すると数値積分により求められる。従って等価等剛性および減衰係数は次式で与えられる。

$$\frac{C_{0,eq}}{k_0} = \frac{C_0}{k_0} + (1-d_0)\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\sigma_y}{\sigma_y^2} / \sqrt{f_0}, \quad \frac{k_{0,eq}}{k_0} = d_0 + (1-d_0) \frac{\sigma_y^2}{\sigma_y^2} \quad \text{--- (3)}$$

全体系の運動方程式 (2) 式の中で基礎地盤の非線形特性のみを考慮すると、(3) 式によって計算される等価等剛性および減衰が初めに仮定したものとの誤差が十分小さくなるまで収束計算を行う。

複素モード解析

(2) 式における減衰マトリックス $[C]$ は非比例形の形をしており classical normal mode の適用については検討する必要がある。このような場合、2 階の運動方程式の自由度を倍にして 1 階の運動方程式に置きかえて複素固有値解析により計算することが出来る。また 1 階の運動方程式に変換した場合、変数 y の慣性項に相当する部分は 0 となるため無視することが出来る。従って (2) 式は次のように表わされる。

$$[A]\{\dot{u}\} + [B]\{u\} = \{P\}\ddot{y}(t) \quad \text{--- (4)}$$

$$[A] = \begin{bmatrix} [0] & [M^*] \\ [M^*] & [C] \end{bmatrix}, [B] = \begin{bmatrix} -[M^*] & [0] \\ [0] & [K] \end{bmatrix}, \{P\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \tilde{F} \end{Bmatrix}, \{u\} = \begin{Bmatrix} \tilde{y}^* \\ \tilde{y} \end{Bmatrix}$$

$[M^*]$, $\tilde{y}^*$ はそれぞれ y に相当する項を除去したことを表わす。

(4) 式の固有値解析を行い複素モードマトリックス $[\Psi]$ を求める。

ホワイトノイズ振動による応答共分散マトリックスは次式から得られる。

$$\frac{d}{dt}[R_r] + [A][R_r] + [R_r][A]^T = 2\pi S_y[\Psi][Q][\Psi]^T \quad \text{--- (5)}$$

$$\therefore [u] = [\Psi][r], [\bar{u}] = [\bar{\Psi}]^T, [\bar{\Psi}][\Psi] = [E],$$

$$[R_r] = E[\{r\}\{r\}^T], [Q] = [A]^T[B],$$

$$\{Q\} = E[\{u\}\{P\}^T] + E[\{r\}\{u\}^T]$$

定常応答は $\frac{d}{dt}[R_r] = 0$ とおくことにより求められる。 $[R_r]$ は座標変換により $[R_u]$ へと変換される。また $[R_u]$ は座標変換により $[R_y]$ へと変換される。そして上部構造物である塔の応答共分散マトリックスはモーダルマトリックス $[V]$ を用いて $[R_y]$ を座標変換することにより求められる。

3. 解析結果

工次として固有振動数が接近する $V_g = 400 \text{ m/s}$ と分離する $V_g = 650 \text{ m/s}$ の 2 つの地盤条件での応答計算を行った。Fig. 3 および Fig. 4 は変数 y を考慮した場合、無視して近似的に扱った場合、および $[C]$ の対角化による場における近似的応答の結果の比較を行ったものである。非線形応答は履歴減衰の影響により線形応答より一般に小さくなるが、その程度は $V_g = 400 \text{ m/s}$ で大きい。 $V_g = 650 \text{ m/s}$ では $[C]$ の対角化による近似的応答解析でも線形および非線形応答にかかわらず十分な結果が得られることがわかる。また変数 y を無視すると y を考慮した場合に比べ減衰定数は増加する傾向を示すため、一般に応答は小さくなる。しかしながら 2 つの地盤条件では比較的良好一致した結果が得られている。

参考文献 ① Y. Yamada, "Seismic Response Analysis of Long span Suspension Bridge", 6WCEE, 3, 1977

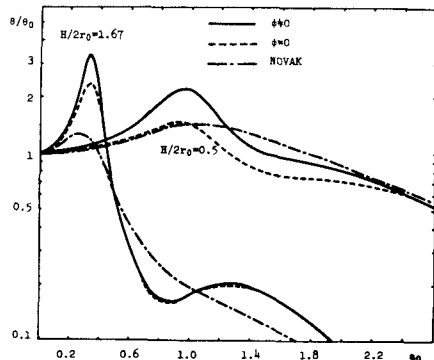


Fig. 2 Frequency Response Curve

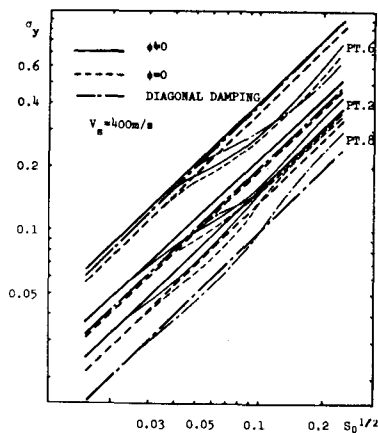


Fig. 3 rms Response

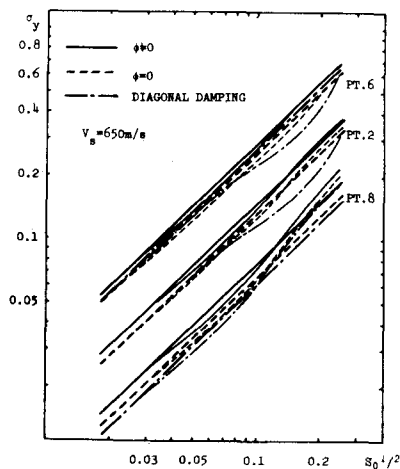


Fig. 4 rms Response