

運輸省第二港湾建設局 正会員 中尾邦彦
京都大学防災研究所 正会員 土岐憲三

1. まえがき

橋梁のスパンが大きくなると、地表面に沿った方向への地震波の伝播による橋脚基礎地点での水平方向の地震動入力に位相差が生じると共に、上下動成分に起因する回転成分にも位相差が生じることになる。本研究はこれらの2つの要因が橋梁の地震応答に及ぼす影響を明らかにするために、連続橋を対象として理論解析を行うとともに、その結果に基づく数値計算を実施したものである。

2. 析の運動

曲げとせん断変形を考慮したばかりのたわみ y とたわみ角 θ に関する運動方程式は周知の次式で与えられる。

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} - \rho \frac{EI}{AG} \frac{\partial^4 y}{\partial x^2 \partial t^2} + \rho A \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0, \quad EI \frac{\partial^4 \theta}{\partial x^4} - \rho \frac{EI}{AG} \frac{\partial^4 \theta}{\partial x^2 \partial t^2} + \rho A \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} = 0 \quad (1), (2)$$

ここに用いた諸記号は通常の慣用に従っているものとする。これらの式にフーリエ変換を行った後、変形量 $\tilde{y}$ 、 $\tilde{\theta}$ ならびに断面力 $\tilde{Q}$ 、 $\tilde{M}$ について解くと次式が得られる。

$$\{\tilde{y} \tilde{\theta} \tilde{Q} \tilde{M}\}^T = [S(\xi)] \{C_1 C_2 C_3 C_4\}^T \quad (3)$$

ここに、 $C_1 \sim C_4$ は積分定数であり、 ξ は部材長を L とすると

$\xi = x/L$ である。また $[S(\xi)]$ は円振動数 ω を含む三角関数、

双曲線関数で表現されるマトリックスである。ここで、Cheng¹⁾の方法によってりの動的剛性マトリックスを求める。すなわち、材端での変形を $\{AD\}$ 、断面力を $\{AF\}$ とすると、未定係数 $\{C\} = \{C_1 C_2 C_3 C_4\}$ は境界($\xi=0$)での条件から次式のように求まる。

$$\{C\} = [S(0)]^{-1} \left\{ \begin{matrix} AD \\ AF \end{matrix} \right\}_0 \quad (4)$$

従って材端 j に対しては、 $\left\{ \begin{matrix} AD \\ AF \end{matrix} \right\}_j = [S(1)][S(0)]^{-1} \left\{ \begin{matrix} AD \\ AF \end{matrix} \right\}_0 \quad (5)$

$$\text{となる。これを} \quad \left\{ \begin{matrix} AD \\ AF \end{matrix} \right\}_j = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \left\{ \begin{matrix} AD \\ AF \end{matrix} \right\}_0 \quad (6)$$

と書き改めると、結局次の2式の関係が得られる。

$$\{AF\}_0 = [S_{12}][AD]_j - [S_{12}]^T [AD]_0 \quad (7)$$

$$\{AF\}_j = [S_{22}][S_{12}]^T \{AD\}_j + ([S_{21}] - [S_{22}][S_{12}][S_{11}]) \{AD\}_0 \quad (8)$$

これらをもとめると、材端 $0, j$ における変形と断面力との関係を表わす動的剛性マトリックスが定まる。

$$\{\tilde{M}_0 \tilde{M}_j \tilde{Q}_0 \tilde{Q}_j\}^T = [K_d] \{\tilde{y}_0 \tilde{y}_j \tilde{\theta}_0 \tilde{\theta}_j\} \quad (9)$$

3. 橋脚と基礎の振動

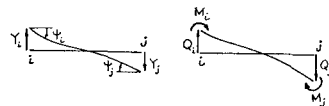
基礎の肥体は剛であり、その質量を M_q 、回転慣性を J_q 、基礎と橋脚の質量を M_T とすれば、基礎の水平動 u_q 、回転角 θ_q 、鉛直変位 w_q に関する運動方程式は次式のようになる。(諸記号は図・2参照)

$$M_q \frac{d^2 u_{qr}}{dt^2} + D_H \frac{du_{qr}}{dt} + k_H u_{qr} - s k_H \theta_{qr} = Q_0 - M_q \ddot{z} - M_q b' \ddot{\omega} \quad (10)$$

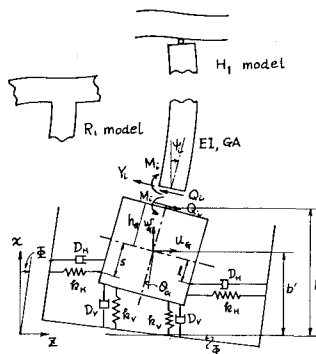
$$J_q \frac{d^2 \theta_{qr}}{dt^2} + D_r \frac{d\theta_{qr}}{dt} - D_H b \frac{du_{qr}}{dt} + (k_R + k_H s) \theta_{qr} - k_H s u_{qr} = -M_0 + k_q \theta_0 - J_q \ddot{\omega} \quad (11)$$

$$M_T \frac{d^2 w_{qr}}{dt^2} + D_v \frac{dw_{qr}}{dt} - k_v w_{qr} = Q_0 - Q_L - M_T \ddot{x} \quad (12)$$

ここに、 $\ddot{z}$ 、 $\ddot{x}$ 、 $\ddot{\omega}$ は地動による水平、鉛直、回転加速度である。



図・1



図・2 基石礎と橋脚のモデル

また、橋脚下端での変位 Y_i と回転角 ψ_i は基礎での変位に関する諸量との間に次の関係がある。

$$\psi_i = \theta_{qa}, \quad -Y_i = u_{qr} + z_i + r_q \theta_{qr} + b z_i \quad (13), (14)$$

これらの関係式(10)~(14)のすべてにフーリエ変換を行い、式(10)~(12)を解くと、橋脚下端での水平変位、回転角、鉛直変位のフーリエ変換形 $\tilde{Y}_i, \tilde{\psi}_i, \tilde{w}_{qi}$ とモーメント $\tilde{M}_i$ とせん断力 $\tilde{Q}_i$ との関係が次式のように定まる。

$$-\tilde{Y}_i = \{(\alpha_{12} - \alpha_{11} h_q) \tilde{M}_i + (\alpha_{22} - \alpha_{12} h_q + \alpha_{11} h_q^2 - \alpha_{21} h_q) \tilde{Q}_i\} / A + \{(\alpha_{21} h_q - \alpha_{22}) M_q \tilde{z} + (\alpha_{21} M_q b h_q + \alpha_{21} J_q - \alpha_{11} J_q h_q - \alpha_{22} M_q b') \tilde{z}\} / A + \tilde{z} + b \tilde{z} \quad (15)$$

$$\tilde{\psi}_i = \{-\alpha_{11} \tilde{M}_i + (\alpha_{11} h_q - \alpha_{21}) \tilde{Q}_i\} / A + \{\alpha_{21} M_q \tilde{z} + (\alpha_{21} M_q b' - \alpha_{11} J_q) \tilde{z}\} / A + \tilde{z} \quad (16)$$

$$\tilde{w}_{qi} = \{\tilde{Q}_i - \tilde{Q}_q + (r_q + i\omega D_r) \tilde{z}\} / (r_q + i\omega D_r - \omega^2 M_T) \quad (17)$$

ここに、 α_{11} などはいずれも系の幾何学的、力学的諸元により決定される定数である。

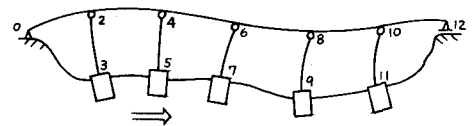
一方、地動による地表面の回転角 α は上下動成分 z のこう配によるものであり、水平方向への位相速度を c とすると、 $\alpha(t - z/c) = dz(t - z/c)/dz$ (18)

の関係があるから、 α は z によって表現できる。また、 $\tilde{\alpha} = -\tilde{z}/\omega^2$, $\tilde{\alpha} = i\tilde{z}/\omega c$, $\tilde{\alpha} = -i\omega \tilde{z}/c$ の関係を用いることによって、結局次の関係式が得られる。

$$P_{rH} + P_{rv} = c_1 \tilde{M}_i + c_2 \tilde{Q}_i + \tilde{Y}_i \quad (19)$$

$$P_{rH} + P_{rv} = c_3 \tilde{M}_i + c_4 \tilde{Q}_i + \tilde{\psi}_i \quad (20)$$

$$P_{xH} + P_{xv} = -c_5 \tilde{Q}_i + c_6 \tilde{Q}_q - \tilde{w}_{qi} \quad (21)$$



図・3 解析モデルの例(H₁モデル)

ただし、 $P_{rH} = f_1(\omega, \tilde{z})$, $P_{rv} = f_2(\omega, \tilde{z})$, $P_{rH} = f_3(\omega, \tilde{z})$

$P_{rv} = f_4(\omega, \tilde{z})$, $P_{xH} = 0$, $P_{xv} = f_5(\omega, \tilde{z})$ であり、 $c_1 \sim c_6$ は $\alpha_{11} \sim \alpha_{22}$ で表わされる定数である。

4. 全橋モデルの水平および鉛直振動

多スパンの連続橋における入力位相差と地表面の回転の影響を知るために、桁と橋脚下端とはヒンジ結合である場合(図・3)と剛結の場合のモデルとを設定した。すべての橋脚下端で式(19)~(21)の関係式が成立たねばならず、また橋脚下端に桁との結合部でのモーメントの釣り合い式とを考慮すると、結局次式を得る。

$$\{P_H\} + \{P_v\} = [A] \left\{ \frac{\tilde{M}}{\tilde{Q}} \right\} + [B] \left\{ \frac{\tilde{\psi}}{\tilde{Y}} \right\} \quad (22)$$

また、系の各結合点での変形量 Y, ψ を代表する変数 X_{ij} を適当に定義することにより、適合条件式は

$$\left\{ \frac{\tilde{\psi}}{\tilde{Y}} \right\} = [F; D] \left\{ \frac{\tilde{X}}{\tilde{z}_H + \tilde{z}_V} \right\} = [F] \{X\} + [D] \{z_H\} + [D] \{z_V\} \quad (23)$$

と表わせる。以上の式(9), (22), (23)を組み合わせて、系の伝達関数 $\{X\}$ と $\left\{ \frac{\tilde{M}}{\tilde{Q}} \right\}$ は次式のようになる。

$$\left\{ \frac{\tilde{M}}{\tilde{Q}} \right\} = [S][F] \{X\} + [S][D] (\{z_H\} + \{z_V\}) \quad (24)$$

これらの諸式より周波数応答が得られ、またフーリエ逆変換により時間応答曲線を得ることができる。

5. 数値計算結果と考察

図・3に示すようなモデルH₁について上述の解析結果を適用し、その周波数および時間領域での応答を求めた。入力地震動の位相特性を与える分散曲線はサンフェルナンド地震の強震記録から算出したものと、当該地盤での理論曲線の両者を用いた。図・4は周波数応答の例であって、入射側から第1番目と第5番目の基礎上端での応答を示しており、着るしい差が認められる。また、桁の最大モーメントも約30%増大する場合がある。

参考文献 1) Cheng, F. Y.: Proc. ASCE, Vol. 96, No. ST3, March, 1970.