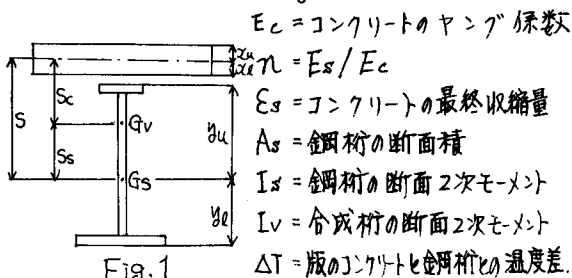


I-204 剛性マトリックスによる連続合成桁の乾燥収縮及び温度差応力解析

岩手大学 学生員 O 小堀 初穂
北大 正員 渡辺 昇
岩手大学 同 宮本 裕

本方法は 変断面を有する連続合成桁の乾燥収縮及び温度差によって生じる応力を 剛性マトリックスを用いて 解析しようとするものである。

1. 記号及び断面諸値 (Fig. 1)



E_s = 鋼のヤング係数
 α_n = シrinkage 係数 (≤ 4)
 A_c = 床版の断面積
 A_v = 合成桁の断面積
 I_c = 床版の断面2次モーメント
 α_T = 床版のコンクリートと鋼の線膨張係数

2. 曲げモーメントを荷重とする 剛性マトリックス.

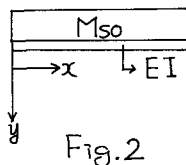
一般の桁の微分方程式.

$$\begin{aligned}
 \frac{d^4 y}{dx^4} &= 0 \\
 \frac{d^3 y}{dx^3} &= C_1 \\
 \frac{d^2 y}{dx^2} &= C_1 x + C_2 \\
 \frac{dy}{dx} &= \frac{1}{2} C_1 x^2 + C_2 x + C_3 \\
 y &= \frac{1}{6} C_1 x^3 + \frac{1}{2} C_2 x^2 + C_3 x + C_4
 \end{aligned}$$

M_{so} の働く桁の微分方程式 (Fig. 2)

$$\begin{aligned}
 M &= -EI \frac{d^2 y}{dx^2} = M_{so} \\
 \frac{d^2 y}{dx^2} &= -\frac{M_{so}}{EI} x + D_1 \\
 y &= -\frac{M_{so}}{2EI} x^2 + D_1 x + D_2
 \end{aligned}$$

M_{so} による断面力はばいと考える。



荷重体系が2つあり、これを重ね合わせる。

$$\begin{aligned}
 y(x) &= \frac{1}{6} A_1 x^3 + \frac{1}{2} A_2 x^2 + A_3 x + A_4 - \frac{M_{so}}{2EI} x^2 \\
 y(0) &= \frac{1}{6} A_1 x^2 + A_2 x + A_3 - \frac{M_{so}}{EI} x \\
 \frac{M_{so}}{EI} - y''(0) &= -A_1 x - A_2 \\
 \frac{Q_{so}}{EI} - y'''(0) &= -A_1
 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} y(0) \\ y'(0) \\ \frac{M_{so}}{EI} \\ \frac{Q_{so}}{EI} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & l & -l^2/2 & -l^3/6 \\ 0 & 1 & -l & -l^2/2 \\ 0 & 0 & 1 & l \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(0) \\ y'(0) \\ \frac{M_{so}}{EI} \\ \frac{Q_{so}}{EI} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -l^2 M_{so}/2EI \\ -l M_{so}/EI \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

変換して次の剛性マトリックスが得られる。

$$\begin{bmatrix} Q_{so} \\ M_{so} \\ Q_{so} \\ M_{so} \end{bmatrix} = EI \begin{bmatrix} 12/l^3 & 6/l^2 & -12/l^3 & -6/l^2 \\ 6/l^2 & 4/l & -6/l^2 & -2/l \\ 12/l^3 & 6/l^2 & -12/l^3 & -6/l^2 \\ \text{Sym.} & 4/l & -6/l^2 & 12/l^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(0) \\ y'(0) \\ y(0) \\ y'(0) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -M_{so} \\ 0 \\ M_{so} \end{bmatrix}$$

3. 解析方法.

連続合成桁を単純合成桁とした場合生じる断面力(床版及び鋼桁の軸力 N_{co} , N_{so} , 曲げモーメント M_{co} , M_{so})と、この断面力のうち鋼桁に生じる曲げモーメント M_{so} を荷重として連続桁を考へ、剛性マトリックスを用いて、各梁に生じる曲げモーメント M_{sx} を求め、この曲げモーメント M_{sx} を合成断面に換算 (M_{sx} に I_v/I_s を乗ずる) し、合成断面の各断面に配分して断面力(床版及び鋼桁の軸力 N_{cx} , N_{sx} , 曲げモーメント M_{cx} , M_{sx}) を求め、これらを重ね合わせる。なお、乾燥収縮において、 N_{cx} , N_{sx} , M_{cx} , M_{sx} は時間的要素を考慮するが、温度差においては、考慮しない。

(1) 単純合成桁の乾燥収縮及び温度差による生じる断面力

乾燥収縮

$$N_{co} = N_{so} = \frac{N_{sch}}{g_n} (1 - e^{-\alpha \cdot g_n})$$

$$M_{so} = N_{so} \cdot S$$

$$M_{co} = \frac{I_c \cdot S}{n \cdot I_s} \cdot \frac{\alpha}{1 - \alpha} \cdot \frac{N_{sch}}{g_n} (e^{-\alpha \cdot g_n} - e^{-g_n})$$

$$(N_{sch} = E_c \cdot A_c \cdot \epsilon_s, \alpha = \frac{A_s \cdot I_s}{A_v \cdot I_v})$$

温度差(温度差が段階的に変化)

$$N_{co} = N_{so} = \alpha_T \cdot \Delta T \cdot E_c \cdot A_c \cdot F$$

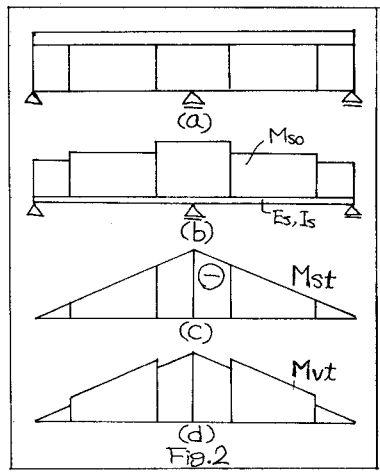
$$M_{so} = N_{so} \cdot S \cdot \frac{n \cdot I_s}{I_c + n \cdot I_s}$$

$$M_{co} = N_{co} \cdot S \cdot \frac{I_c}{I_c + n \cdot I_s}$$

$$(F = \frac{1}{1 + \frac{A_c}{n \cdot A_s} + \frac{A_c \cdot g^2}{I_c + n \cdot I_s}})$$

(2) 単純合成桁とした場合、鋼桁に生じた曲げモーメント M_{so} を荷重とした連続桁の剛性マトリックスによる断面力(曲げモーメント M_{st})算出。

Fig 2-(a)のように2径間連続合成桁を考える。Fig 2-(b)は単純合成桁とした場合、鋼桁に生じた曲げモーメント M_{so} が荷重として作用している連続桁を示しており、Fig 2-(c)はこの時生じる曲げモーメント図である。



(3) 合成断面への配分

鋼桁に生じた曲げモーメント M_{st} を合成桁の曲げモーメント M_{vt} に換算する。(Fig. 2 (d))

$$M_{vt} = \frac{I_v}{I_s} \cdot M_{st}$$

(a) 乾燥収縮(時間的要素を考慮)

$$N_{ct} = N_{st} = N_{ct}'(t=0) - N_{ct}'(t=\infty), \quad M_{ct} = M_{ct}'(t=0) - M_{ct}'(t=\infty)$$

$$M_{st} = M_{st}'(t=0) + M_{st}'(t=\infty)$$

i) $t=0$

$$N_{ct}'(t=0) = M_{vt} \cdot \frac{S_c \cdot A_c}{n \cdot I_v}$$

$$M_{ct}'(t=0) = M_{vt} \cdot \frac{I_c}{n \cdot I_v}$$

$$M_{st}'(t=0) = M_{vt} \cdot \frac{I_s}{I_v}$$

ii) $t=\infty$

$$N_{ct}'(t=\infty) = N_{ct}'(t=0) \left\{ \frac{e^{\alpha g_n}}{\alpha} + g_n - \frac{1}{\alpha} \right\} \frac{1}{g_n}$$

$$M_{ct}'(t=\infty) = M_{ct}'(t=0) \left\{ -\frac{\alpha e^{-g_n}}{1-\alpha} - 1 + \frac{e^{\alpha g_n}}{1-\alpha} \frac{S_c \cdot A_c \cdot \epsilon_s}{n \cdot I_s} + (e^{g_n} + g_n - 1) \right\} \frac{1}{g_n}$$

$$M_{st}'(t=\infty) = N_{ct}'(t=\infty) \cdot S$$

(b) 温度差(時間的要素を考慮せず、温度差は段階的に変化)。

$$N_{ct} = N_{st} = M_{vt} \cdot \frac{S_c \cdot A_c}{n \cdot I_v}$$

$$M_{ct} = M_{vt} \cdot \frac{I_c}{n \cdot I_v}$$

$$M_{st} = M_{vt} \cdot \frac{I_s}{I_v}$$

(4) 連続合成桁の断面力及び応力

$$N_c = N_s = N_{co} + N_{ct}$$

$$M_c = M_{co} + M_{ct}$$

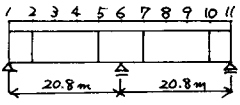
$$M_s = M_{so} + M_{st}$$

$$\sigma_{cu} = \frac{N_c}{A_c} - \frac{M_c}{I_c} \cdot x_u, \quad \sigma_{cl} = \frac{N_c}{A_c} + \frac{M_c}{I_c} \cdot x_e$$

$$\sigma_{su} = \frac{N_s}{A_s} - \frac{M_s}{I_s} \cdot y_u, \quad \sigma_{sl} = \frac{N_s}{A_s} + \frac{M_s}{I_s} \cdot y_e$$

4. 計算例

Fig.3のような2径間連続合成桁(大阪市河津橋)について、本方法により数値計算を行った。



(kg/cm ²)		乾燥収縮						温度	
		OJIMA SATTLER		n(L+φ)	TACHI-BANA	ATAKA	BLASZ-KOWIAK	WALTER	OJIMA
3	cu	8.3	7.0	6.0	5.4	5.9	5.8	6.2	7.9
	cl	8.0	6.4	6.9	6.7	6.9	6.3	6.2	10.5
	su	-132	-165	-163	-129	-167	-158	-155	-179
	sl	-111	-45	-40	-61	-52	-46	-55	-100
6	cu	13.2	11.6	12.8	10.1	12.5	11.5	10.1	15.4
	cl	10.9	11.6	12.8	10.1	11.2	9.8	10.1	12.8
	su	-70	-86	-77	-5	-88	-73	-85	-163
	sl	-279	-225	-213	-281	-249	-234	-202	-244