

九州大学工学部 正員 内容 保

〃 〃 正員 彦坂 照

〃 〃 学生員 大内 実

本研究は、定常ランダムな路面凹凸をもつ道路橋の走行車両による非定常ランダム応答に関し、車両モデル、車両の加振源としての路面凹凸のパワースペクトルモデルおよび橋梁進入時の車両の初期条件などの影響を調べたものである。

図-1のように、懸架部の質量 M_0 、固有円振動数 ω_0 、減衰定数 c_0 およびタイヤ部の質量 M_T 、固有円振動数 ω_T 、減衰定数 c_T の2自由度の振動系にモデル化された車両が一定速度 v で橋梁上を走行するとき、 M_0 、 M_T の変位を $Z(t)$ 、 $Z_T(t)$ 、また、橋梁の動的変位を $Y(x, t)$ とする。 $Y(x, t)$ は n 次の固有振動モード $\varphi_n(x)$ と基準座標 $Q_n(t)$ を用いて次のように表わされる。

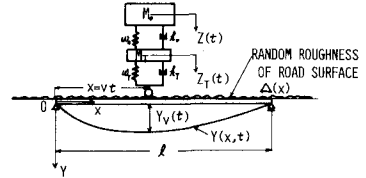


図-1

$$Y(x, t) = \sum_n \varphi_n(x) Q_n(t) \quad (1)$$

任意時刻 t における $Q_n(t)$ 、 $Z(t)$ 、 $Z_T(t)$ の平均値を $\bar{Q}_n(t)$ 、 $\bar{Z}(t)$ 、 $\bar{Z}_T(t)$ 、平均値からの偏差を $g_n(t)$ 、 $z(t)$ 、 $z_T(t)$ とすれば、

$$Q_n(t) = \bar{Q}_n(t) + g_n(t), \quad Z(t) = \bar{Z}(t) + z(t), \quad Z_T(t) = \bar{Z}_T(t) + z_T(t) \quad (2)$$

となり、応答 $Y(x, t)$ についても平均値 $\bar{Y}(x, t)$ と偏差 $y(x, t)$ の間に次の関係が成立する。

$$Y(x, t) = \bar{Y}(x, t) + y(x, t), \quad \dot{Y}(x, t) = \dot{\bar{Y}}(x, t) + \dot{y}(x, t) \quad (3)$$

ただし

$$\left. \begin{aligned} \bar{Y}(x, t) &= \sum_n \varphi_n(x) \bar{Q}_n(t), & y(x, t) &= \sum_n \varphi_n(x) g_n(t) \\ \dot{\bar{Y}}(x, t) &= \sum_n \varphi_n(x) \dot{\bar{Q}}_n(t), & \dot{y}(x, t) &= \sum_n \varphi_n(x) \dot{g}_n(t) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$g_n(t)$ 、 $z(t)$ 、 $z_T(t)$ は平均値0の非定常ランダム過程であり、次の運動方程式を満足しなければならない。

$$\ddot{g}_n + 2\zeta_n \omega_n \dot{g}_n + \omega_n^2 g_n = -\frac{1}{M_n} \varphi_n(vt) (M_0 \ddot{Z} + M_T \ddot{Z}_T) \quad (5)_a$$

$$\ddot{z} + 2\zeta_0 \omega_0 \dot{z} + \omega_0^2 z = 2\zeta_0 \omega_0 \dot{z}_T + \omega_0^2 z_T \quad (5)_b$$

$$\ddot{z}_T + 2\zeta_T \omega_T \dot{z}_T + \omega_T^2 z_T = -\frac{M_0}{M_T} \ddot{z} + 2\zeta_T \omega_T \dot{z}_0 + \omega_T^2 z_0 + F(t) \quad (5)_c$$

ここに、 ω_n 、 ζ_n 、 M_n は橋梁の n 次の固有円振動数、減衰定数、換算質量、 $F(t) = 2\zeta_T \omega_T \dot{\Delta}(vt) + \omega_T^2 \Delta(vt)$ 、 y_0 、 $\Delta(vt)$ は $x=vt$ における橋梁の動的変位の偏差および路面凹凸。 $t=0$ において、 $Q_n(0) = \dot{Q}_n(0) = 0$ 、 $Z(0)$ 、 $\dot{Z}(0)$ 、 $Z_T(0)$ 、 $\dot{Z}_T(0)$ は確定量として与えられるものとすれば、式(5)の初期条件は $g_n(0) = \dot{g}_n(0) = 0$ 、 $z(0) = \dot{z}(0) = 0$ 、 $z_T(0) = \dot{z}_T(0) = 0$ となる。なお、式(5)において、 z に関する項を省略すれば車両を1自由度系にモデル化した場合の運動方程式となる。

橋梁の動的増加たわみ応答(動的たわみ $Y(x, t)$ -静たわみ $\Delta Y(x, t)$)および速度応答 $\dot{Y}(x, t)$ の2乗平均値 $\overline{Y^2}(x, t)$ 、 $\overline{\dot{Y}^2}(x, t)$ はそれぞれ次式で表わされる。

$$\overline{Y^2}(x, t) = \Delta \bar{Y}^2(x, t) + O_y^2(x, t), \quad \overline{\dot{Y}^2}(x, t) = \dot{\bar{Y}}^2(x, t) + O_{\dot{y}}^2(x, t) \quad (6)$$

ここに、 $\Delta \bar{Y}(x, t)$ 、 $\dot{\bar{Y}}(x, t)$ はそれぞれ路面が完全に滑り込む場合の動的増加たわみ応答および速度応答であり、 $O_y^2(x, t)$ 、 $O_{\dot{y}}^2(x, t)$ はそれぞれ偏差 $y(x, t)$ 、 $\dot{y}(x, t)$ の2乗平均値を示す。 $O_y^2(x, t)$ 、 $O_{\dot{y}}^2(x, t)$ は $\ddot{z}(t)$ 、 $\ddot{z}_T(t)$ 、 $F(t)$ 等を、車両が橋梁を通過するに要する時間 $t_0 = l/v$ を用いて正弦フーリエ級数展開したうえ、式(5)

の連立微分方程式を解くことにより求められる。この詳細は文献¹⁾と参照されたい。

数値解析例

スパン $l=50$ m, 総重量 272 トン, 1 次固有振動数 $f_1=2.45$ Hz の 2 車線単純桁橋を対象として, $P_0=13.6$ トンの車両が走行するときの車両の加速度応答, 橋梁のスパン中点における動的増加たわみおよび速度応答を, 各種パラメータを変化させて解析した。橋梁の減衰定数は標準値として $\delta_n=0.01$ を用い, 7-

$\omega_0/\omega_1=1.0$ $\delta_r=0.03$ $\Omega_c=0.01$ cycle/m	$S_0=10$ cm ³ /cycle/m				$S_0=0$
	$\Omega_u=1$ cycle/m	$\Omega_u=2$ cycle/m	$\Omega_u=0.1$ cycle/m	$\Omega_u=1$ cycle/m	
	$v=12$ m/sec	$v=12$ m/sec	$v=12$ m/sec	$v=24$ m/sec	$v=12$ m/sec
$Y_g(t)_{max}$ (cm)	0.128	0.128	0.014	0.104	0.128
$\dot{Y}_g(t)_{max}$ (cm/sec)	1.960	1.960	0.134	1.446	1.960

表-1

1/2 級数の項数は 40 とした。また, 路面凹凸 $\Delta(x)$ のパワースペクトル密度 $S_\Delta(\omega)$ は図-2 に示す式で定義した。ここに, Ω は路面周波数, $\omega=2\pi\Omega$, Q は路面の良否により異なる定数である。

表-1 は, 車両を 1 自由度系にモデル化した場合の, 路面周波数の上限値 Ω_u の変化による橋梁のスパン中点におけるたわみ応答 $Y(l/2, t)$ および速度応答 $\dot{Y}(l/2, t)$ の標準偏差 $\sigma_Y(t)$, $\sigma_{\dot{Y}}(t)$ の最大値を示したものであり, 波長 1 m 以下の路面凹凸は本題のような車両-橋梁系の振動にはほとんど影響しないことがわかる。しかし, 波長 10 m 以下の路面凹凸を無視して $\Omega_u=0.1$ cycle/m とすると, 路面凹凸が応答に及ぼす効果を正しく評価できない。また, 走行速度が大きくなると波長 10 m 以上 ($\Omega < 0.1$) の路面凹凸も無視できなくなるが, $\Omega < 0.01$ のパワースペクトル密度は応答に影響しないと思われる。以下の解析では図-2 の直線で示したパワースペクトル密度を用いる。

図-3 は, 車両を 1 自由度系にモデル化した場合の, 車両の加速度応答 $\ddot{Z}_T(t)$, 橋梁のスパン中点における動的増加たわみおよび速度応答の $Y, M.S.$ 値 $\bar{Z}_T(t)$, $\bar{Y}(t)$, $\bar{Y}(t)$ と標準偏差 $\sigma_{\ddot{Z}_T}(t)$, $\sigma_Y(t)$, $\sigma_{\dot{Y}}(t)$ の時間的変化を, 初期条件 $\dot{Z}_T(0)$ を変えて求めたものである。ただし, $\dot{Z}_T(0)=0$ である。

図-4 は, 車両を 2 自由度系にモデル化した場合の, 車両の動的接地力 $P(t)=-M_0\ddot{Z}(t)-M_T\ddot{Z}_T(t)$ の標準偏差 $\sigma_P(t)$ と車両の重量 P_0 との比 $\sigma_P(t)/P_0$, 橋梁のスパン中点におけるたわみおよび速度応答の標準偏差 $\sigma_Y(t)$, $\sigma_{\dot{Y}}(t)$ の時間的変化を, 減衰定数 δ_0 , δ_r をパラメータとしてプロットしたものである。ただし, 細い実線は車両を 1 自由度系にモデル化した場合の応答を示す。

【参考文献】

- 1) 吉村他; 単一走行車両による道路橋の非定常ランダム応答の解析, 土木学会論文報告集, No. 258, 1977-2.
- 2) 小堀他; 単一動荷重による道路橋の振動感覚, 土木学会論文報告集, No. 248, 1976-4.
- 3) 星谷; 確率論手法による振動解析, 鹿島出版会, 1974.

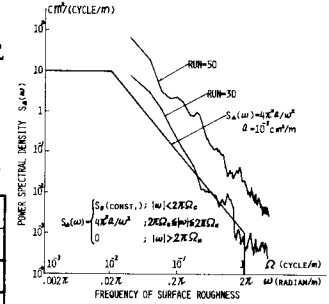


図-2. パワースペクトル密度

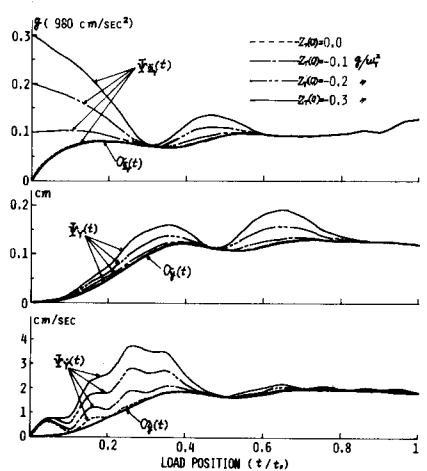


図-3 ($v=12$ m/sec, $\omega_r/\omega_1=1.0$, $\delta_r=0.03$)

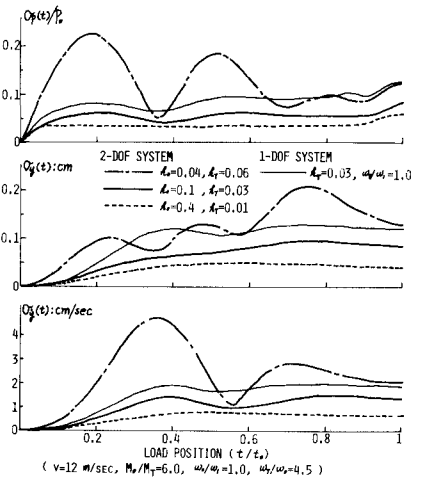


図-4