

北海道大学工学部 学生員 下山 哲志

北海道大学工学部 正員 渡辺 昇

北海道大学工学部 正員 林川 俊郎

1. まえがき

桁の走行荷重による振動解桁の研究は、¹⁾²⁾³⁾数多くなされているが、多径間連続桁の走行荷重による振動解桁の研究は少ないようである。そこで本研究は、多径間連続桁上を集中荷重が一定速度で移動する場合について、アイン荷重展開法⁴⁾により解析し、桁の動的たわみが移動速度・支間長・曲げ剛性などにより、どのように変化するかを調べたものである。

2. 理論の概要

桁の曲げ振動の微分方程式は、式(1)で与えられる。

$$\frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} + \frac{q}{EI} \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} = \frac{p(x,t)}{EI} \quad (1)$$

ただし、 q : 桁の自重(kg/m)

g : 重力加速度(m/sec²)

EI : 桁の曲げ剛性(kg m²) , $w(x,t)$: 桁の動的たわみ(m) , $p(x,t)$: 分布外力(kg/m)

各径間の第 k 次の固有関数は、式(2)で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \text{第1径間の固有関数: } X_{k1}(x_1) &= A_k \cos \beta_k x_1 + B_k \sin \beta_k x_1 + C_k \cosh \beta_k x_1 + D_k \sinh \beta_k x_1 \\ \text{第2径間の固有関数: } X_{k2}(x_2) &= z A_k \cos \beta_k x_2 + z B_k \sin \beta_k x_2 + z C_k \cosh \beta_k x_2 + z D_k \sinh \beta_k x_2 \\ &\vdots \\ \text{第} n \text{径間の固有関数: } X_{kn}(x_n) &= n A_k \cos \beta_k x_n + n B_k \sin \beta_k x_n + n C_k \cosh \beta_k x_n + n D_k \sinh \beta_k x_n \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ただし、 $\beta_k = \lambda_{k1}/l_1 = \lambda_{k2}/l_2 = \dots = \lambda_{kn}/l_n$, $\lambda_{kn} = n A_k \cdot n B_k \cdot n C_k \cdot n D_k$ は境界条件により得られる固有値および係数。

今、各径間に座標 x ・時間 t (図-1)をとり、集中荷重 P が一定速度 V で移動する場合式(1)の解を式(2)と仮定する。ただし、 $w_i(x_i, t_j)$ は j 径間に荷重が移動する時の i 径間の動的たわみを表わすものとする。

$$w_i(x_i, t_j) = \sum_{k=1}^{\infty} T_{kij}(t_j) \cdot X_{ki}(x_i) \quad (3)$$

また、一定速度 V で j 径間を移動する集中荷重 P の i 径間に対するアイン荷重展開は、式(4)で与えられる。

$$p_i(x_i, t_j) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{P}{N_k} X_{kij}(vt_j) \cdot X_{ki}(x_i) \quad (4)$$

ただし、 $N_k = \sum_{r=1}^n \frac{1}{2} l_r (r A_k^2 + r B_k^2 + r C_k^2 - r D_k^2)$

式(1)に式(3),(4)を代入して整理すると、時間 t に関する常微分方程式(5)を得る。

$$\frac{d^2 T_{kij}(t_j)}{dt_j^2} + \alpha_k^2 T_{kij}(t_j) = \gamma_k X_{kij}(vt_j) \quad (5)$$

ただし、 $\alpha_k^2 = (gEI/g) \cdot \beta_k^2$, $\gamma_k = gP/gN_k$

式(5)をラプラス変換により解くと、第1項は強制振動項(Duhamel積分)、第2・3項は自由振動項である。

$$T_{kij}(t_j) = \frac{\gamma_k}{\alpha_k} \int_0^{t_j} X_{kij}(v\tau) \cdot \sin \alpha_k(t_j - \tau) d\tau + T_{kij}(0) \cos \alpha_k t_j + \dot{T}_{kij}(0) \frac{1}{\alpha_k} \sin \alpha_k t_j \quad (6)$$

式(6)を式(3)に代入して、動的たわみ式(7)を得る。

$$w_i(x_i, t_j) = \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ \frac{\gamma_k}{\alpha_k} \int_0^{t_j} X_{kij}(v\tau) \cdot \sin \alpha_k(t_j - \tau) d\tau \cdot X_{ki}(x_i) + w_i(x_i, t_j=0) \cos \alpha_k t_j + \dot{w}_i(x_i, t_j=0) \frac{1}{\alpha_k} \sin \alpha_k t_j \right\} \quad (7)$$

ただし、 $w_i(x_i, t_j=0)$ および $\dot{w}_i(x_i, t_j=0)$ は、初期条件より与えられる。つまり、静止状態より荷重 P が第1径間に進入する時は、 $w_i(x_i, t_i=0) = \dot{w}_i(x_i, t_i=0) = 0$ であり、荷重 P が第2径間に降に入ると時は、時間的連続条件 $w_i(x_i, t_{j-1} = l_{j-1}/V) = w_i(x_i, t_j=0)$, $\dot{w}_i(x_i, t_{j-1} = l_{j-1}/V) = \dot{w}_i(x_i, t_j=0)$ により決定される。

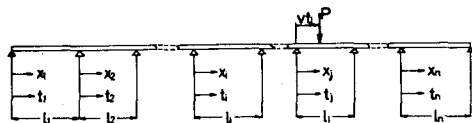


図-1

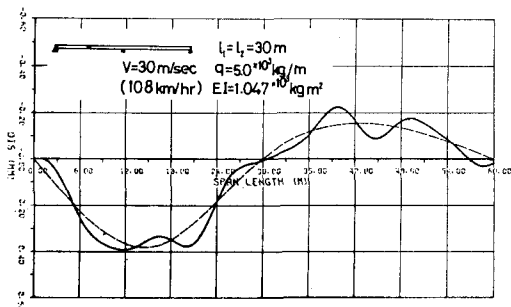


図-2

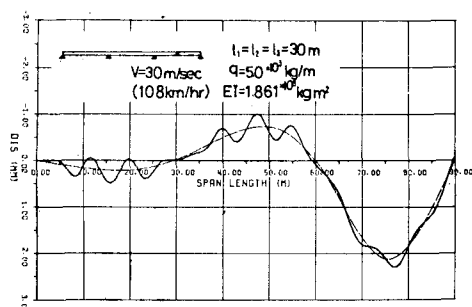


図-3

3. 数値計算例

図2は2径間連続橋 ($q=5.0 \times 10^3 \text{ kg/m}$, $EI=1.047 \times 10^9 \text{ kg m}^2$, $l_1=l_2=30 \text{ m}$) を集中荷重 $P=1.0 \times 10^3 \text{ kg}$ が速度 $V=30 \text{ m/sec}$ で左から右へ移動する場合の第1径間中央の動的たわみ影響線である。同様に、図3は3径間連続橋 ($q=5.0 \times 10^3 \text{ kg/m}$, $EI=1.861 \times 10^9 \text{ kg m}^2$, $l_1=l_2=l_3=30 \text{ m}$) の第3径間中央の動的たわみ影響線である。ただし、図中の破線は静的たわみ影響線を示している。

動的挙動を示す指標として、動的増加率 (D.A.F.)⁵⁾ を導入する。

$$D.A.F. = (W_{d \max} - W_{s \max}) / W_{s \max} \times 100 \quad (8)$$

ただし、 $W_{d \max}$ は最大動的たわみ、 $W_{s \max}$ は最大静的たわみを表わす。また、移動速度・支間長・曲げ剛性を表わす指標として θ を次式で定義する。

$$\theta = \beta V / \alpha_1 = \sqrt{\frac{q}{3EI}} \cdot \frac{V l_1}{\alpha_1} \quad (9)$$

図4は2径間連続橋(等径間)の第1径間中央および第2径間中央のD.A.F.- θ 曲線である。同様に、図5は3径間連続橋(等径間)の第1径間中央、第2径間中央および第3径間中央のD.A.F.- θ 曲線である。図6は、単純橋・2径間連続橋・3径間連続橋のD.A.F.- θ 曲線を比較したものである。

本研究における計算は北大大型計算機センター-FACOM 230-75を使用した。

参考文献

- 1) 平井：種々の移動荷重をうけるはり構造の基礎方程式とその応用，土木学会論文集90号
- 2) 山田・小堀：ランダム自動車荷重列による道路橋の衝撃係数に関する研究，土木学会論文集119号
- 3) 小坪：土木振動学，森北出版
- 4) 小泉・渡辺・金子：アフィン荷重の構造力学への応用に関する研究(その4)，土木学会北海道支部論文報告集33号
- 5) 小松・中井：曲線桁橋の自動車による動的応答と衝撃係数に関する研究，土木学会論文集192号

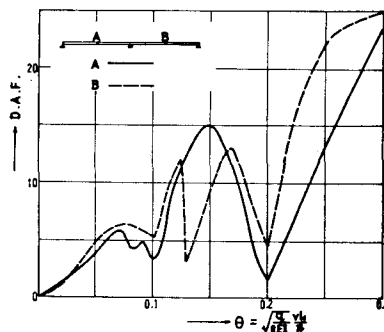


図-4

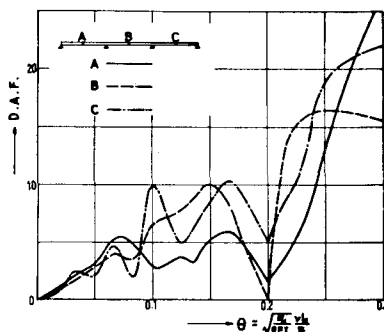


図-5

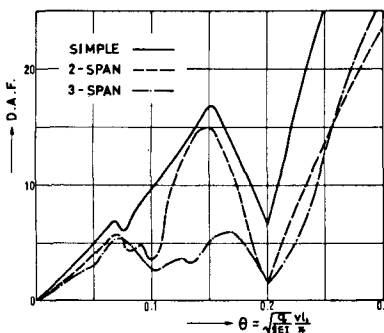


図-6