

京都大学工学部 正員 古田 均

京都大学工学部 正員 白石 成人

京都大学工学部 正員 谷口 健男

1. まえがき-----信頼性を考慮してトラスの最適設計を行なう場合、制約条件は1つセリ制約条件の増加に伴う数値計画法における問題は生じないが、安全性の目安となる破壊確率は断面積等の設計変数の変化に非常に敏感であり、その制約面もなだらかな形状をしておりなかなか最適解に収束することは困難である。特に、本研究ではトラスの幾何学的形状を含めた最小重量設計を目的としているため、部材断面積および節点座標位置を設計変数として考慮しなければならず、対象物が大きくなると設計変数の増加に加えて、次元の異なる変数も最適化に含めることになり、この収束性の問題は一層顕著なものとなる。そこで本研究では、従来の一般的な手法の手順を述べるとともにその収束性の改善および計算時間の短縮を図るために H. Switzky が導出した Optimality condition¹⁾を用い断面積の決定と最適形状の探索を2つの Step に分ける近似手法を考える。また、2.3の数値計画法の適用の際の問題点および節点数と形状との関連について若干の考察を加える。

2. 信頼性を考慮したトラスの設計の基礎式-----よく知られているように設計問題は次式のように定式化される。

$$W = K \sum_{i=1}^m A_i L_i(X) \quad (1) \quad K: \text{定数} \quad A_i: i \text{部材の断面積} \quad X: \text{節点座標}$$

subject to $P_f \leq P_{fa} \quad L_i: i \text{部材の長さ} \quad W: \text{重量} \quad P_{fa}: \text{許容破壊レベル}$

ここでは静定トラスを対象としているので、破壊確率 P_f は weakest link model を用い (2) 式で求める。

$$P_f = \sum_{i=1}^m P_{fi} \quad P_{fi} = P_r [R_i - S_i \leq 0] \quad (2) \quad S_i, R_i: i \text{部材の節点力および抵抗}$$

ここで最適化手法として SUMT を用いると、目的関数は以下のように変換される。

$$P(A_i, X, r) = K \sum_{i=1}^m A_i L_i(X) - r / (P_f - P_{fa}) \quad (3) \quad r: \text{移動パラメーター}$$

いま抵抗、荷重ともにガウス分布に従うと仮定するとこの偏微分は

$$\frac{\partial P}{\partial A_i} = K L_i(X) + \frac{r}{(P_f - P_{fa})^2} \frac{\partial P_f}{\partial A_i}, \quad \frac{\partial P_f}{\partial A_i} = \frac{\partial P_{fi}}{\partial A_i} = - \frac{f_i (f_i \sigma_s^2 \mu_i + \mu_s A_i \sigma_i^2)}{\sqrt{2\pi} \sigma_i^2 A_i^2} \exp\left(-\frac{\mu_i^2}{2\sigma_i^2}\right) \quad (4)$$

$$\frac{\partial P}{\partial X_j} = \sum_{i=1}^m A_i \frac{\partial L_i(X)}{\partial X_j} + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{i=1}^m \left[\frac{\sigma_s^2 f_i \mu_i}{A_i^2 \sigma_i^2} + \frac{\mu_s}{A_i \sigma_i} \right] \exp\left(-\frac{\mu_i^2}{2\sigma_i^2}\right) \frac{\partial f_i}{\partial X_j} \quad (5)$$

(ここで μ, σ は抵抗と荷重との差の平均、標準偏差で添字 S, R はそれぞれ荷重、抵抗を示す。また f_i は i 部材の単位荷重による節点力を示す。) と表わされ、従来の最適化手法と組合せることにより計算は可能である。

3. 近似設計手法-----いま構造系が大きくなると設計変数は $n+m$

(n : 節点数 $\times 2$ (平面トラス)) とかなりの数となり、設計変数の増大による解の収束性の劣化、および計算時間問題が生じることになる、そこで本節では断面積と節点座標を分離し、異なる Step で決定することを考える。いま形状が固定されていれば (1) の問題はラグランジェの未定乗数法を利用することにより方程式を解くことに置換される²⁾。

$$\mathcal{L} = K \sum_{i=1}^m L_i A_i + \lambda (P_f - P_{fa}) \quad (6) \quad \mathcal{L}: \text{ラグランジアン} \quad \lambda: \text{未定乗数}$$

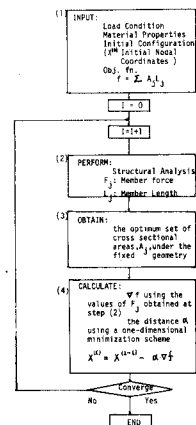
ここで $\partial \mathcal{L} / \partial A_i = 0, \partial \mathcal{L} / \partial \lambda = 0$ の条件を用いることにより

Switzky は以下の Optimality condition を誘導している。

$$\frac{W_i}{W} = \frac{P_{fi}}{P_{fa}} \quad (7) \quad W_i: i \text{部材の重量}$$

この条件式を満足するように反復計算を行ない、各々の部材への破壊確率の分配率を決定する。次にこの配分された P_{fi} を用い断面積 A_i と応力 $f_i(X)$

Fig. 1 Macro Flow Diagram of Approximate Design Procedure



で表わす。

$$A_i(X) = \frac{M_R M_R + \beta_i \sqrt{(O_R^2 M_R^2 + M_R^2 O_R^2) - \beta_i^2 O_R^2 O_R^2}}{(M_R^2 - \beta_i^2 O_R^2)} \quad f_i(X) = D_i f_i(X) \quad (8)$$

ここで $\beta_i = \Phi^{-1}(P_{fail})$ Φ : 標準正規関数

(8)式を用いることにより(1)式の設計問題は次式のように無制約の最適問題に変換されることになり、もはや断面積 A_i は設計変数として直接最適化過程で取り扱う必要はなくなる。

$$W = k \sum_{i=1}^m D_i f_i(X) L_i(X) \rightarrow \text{Min.} \quad (9)$$

以上の手順については Fig. 1 の flow diagram を参照。

4. 数値計算結果-----3節で示した近似手法を用いた4パネルの単純支持トラスのモデルについて、 $P_R = 0.04$, $M_R = 2040 \text{ kg/cm}^2$, $M_S = 20000 \text{ kg}$ (スパン中央に載荷), $\delta_R = 0.1$, $\delta_F = 0.2$ (ばね動係数)と与えた場合の結果を Fig. 2 (収束状況), Fig. 3 (形状の変化), Table 1 (数値結果)に示す。数値計算の結果、5 step で解に到達し、各 Step での断面の決定も4~6回程度の反復計算で十分であることがわかった。特定トラスの場合、各節点に許容破壊レベルを同等に割り当てた場合 (Table 1 の column 1) と全体条の破壊確率を制約にとった場合 (column 2) と比較すると前者の方が重量的には1.5%程度減少するだけである。しかし、

節点を動かすことにより34.5%の減少 (column 3, 4) が可能である。形状はアラットタイプと初期形状として与えたが、結果はワーレンタイプの形状が有利となっている。なお計算時間は京都大学 FACOM M-190 computer で7秒以下であった。(その他、節点数と形状との関連等、詳細は当日発表する)

5. 設計空間と最適化手法について-----本研究では最適化手法

として備微分を用いる Fletcher-Reeves 法に準じた方法を用いたが、計算時間は少なくして解は得られるが、その精度は初期値にかなりの影響を受ける。また制約条件が1工ししかないことからSLP法を用いることは適当でないが、試みに計算を行なった結果、破壊確率のように設計変数に鋭敏なものを線形化することは困難で、Move Limit を細かく変化させても解は得ることは不可能に近い。また対数をとってもこの傾向は改善されなかった。2節の一般的な手法を用いる場合、精度を向上させるために代表値で割り設計変数の無次元化を図るわけであるが、そのまゝの形で最適化を行なうと断面積は critical になるが形状は全く変化せず、無次元化を行なうと形状のみが変化し断面積はなかなか critical の値にまで収束しない。また1:10の割合を保つと両者共に動くが、解への収束は一番困難であった。以上のことから設計空間はどのように与えると予想されるが、一度制約面と近づくと解の改善は非常に困難であると思われる。

6. 結論およびおわりに-----本研究で提案した近似法を用いることにより制約条件に破壊確率のように非常に鋭敏なものがある場合でも容易に解が得られる。次元の異なる節点座標、断面積を異なる Step で決定し反復過程を用いることにより扱うべき設計変数は節点座標のみとなり、かなりの計算時間の短縮が可能になると思われる。参考文献 1) H. Switzky, "Minimum Weight Design with Structural Reliability," J. of Aircraft Vol. 2 1965, 2) R. Kumar & A. Chan, "A Method for the Configurational Optimization of Structures," Comp. H. in Appl. Mech. 1976 3) H. H. Moon & H. Torgren, "Minimum Weight Analysis Based on Structural Reliability," J. of Aerospace Sci. Vol. 27, No. 9, 1960

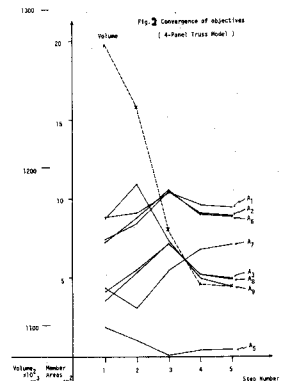


Table 1 Numerical Results of 4-Panel Truss Model

Member Area	fixed geometry (1)	fixed geometry (2)	variable geometry (1)	variable geometry (2)
A_1 (cc)	8.59	8.56	9.61	11.71
A_2	8.59	8.66	8.98	9.28
A_3	12.34	11.76	4.99	0.004
A_4	0.0002	0.0002	0.0002	4.95
A_5	8.59	8.66	0.49	0.0002
A_6	17.17	16.94	8.93	8.32
A_7	12.34	11.76	7.15	7.15
A_8	8.59	8.66	4.95	4.95
A_9	0.0002	0.0002	4.41	4.39
P_F	0.0330	0.0400	0.0400	0.0398
Volume (cc)	171711	169101	112581	111758

