

広島工業大学 正員 中山 隆弘

大阪大学工学部 正員 小松 定夫

1 まえがき 現行の耐震設計においては、構造物の建設地周辺の地層、地盤等に対する物理的考察と、過去の統計資料に基づく、適当な一つ、もしくは複数の設計用地震波によって構造物の安全性を判断している。しかしながら統計資料を使用しにといえ、設計用地震波はあくまで地震群の中の標本値に過ぎず、それに対し決定的に求めた応答値による安全性評価法は、明確な論理的意味を持たせることは難しい。一方小堀・南井¹⁾が指摘したように、'毎年に想定した地震外乱群'に対し、確率統計的地震応答解析を'実行し、さらに材料強度のばらつきを考慮した確率的手法^{2), 4)}を適用すれば、構造物の安全性の定量的評価が可能になる。著者等はこのような観点から、昨年度の年次講演会において、確率過程として表わされる非定常不規則外力を受ける構造物の安全性を、いわゆる初通過破壊確率によって検討した。²⁾その際構造物のある主要な点に生ずる変動応力が、確率量である材料強度と振動の継続時間中に超過する確率をPoisson近似の方法によって算定し、それを初通過破壊確率とした。しかしこの方法は、応力と材料強度が接近しているときには精度が非常に落ちるという欠点を有するもので、より良好な精度で破壊確率を推定したい場合には、変動応力の包絡線の強度超過率²⁾を用いて、この欠陥を補う必要がある。本報告は、ある数値モデルによって表示される非定常不規則外力を受ける線型一自由度振動系の初通過破壊確率を、この包絡線過程の方法によって考察したものである。

2 近似計算式 外力を非定常正規確率過程とすれば、振動系の変動応力 $x(t)$ およびその包絡線 $a(t)$ ももちろん非定常正規確率過程となる。いまJ-N Yangによって与えられた、 $a(t)$ とその導関数 $\dot{a}(t)$ との同時確率密度関数を用いれば、³⁾包絡線が、正の符号をもち、確率量で与えられる強度を下側から超過する強度超過率 $ns\lambda_a^+(t)$ が文献4)と同様の手法によって得られる。例えば材料強度が、下限と上限に有限な条件を与えられる条件付正規分布するとすれば、時刻 t における強度超過率 $ns\lambda_{a,cn}^+(t)$ は次式のようになる。

$$ns\lambda_{a,cn}^+(t) = \frac{\bar{m}_x \delta_s \sqrt{\Delta t}}{2\sqrt{\pi} \sigma_x \{Erf(-K_e/\sqrt{2}) - Erf(K_u/\sqrt{2})\}} \exp\left(-\frac{1}{2\delta_s^2}\right) \left\{ \frac{1}{1 + (1 + D_e^2)\bar{m}_x^2 \delta_s^2} \left[\exp(\bar{\lambda}_{e,t}) - \exp(\bar{\lambda}_{u,t}) \right] \right. \\ + \frac{\sqrt{2}}{\delta_s \sqrt{1 + (1 + D_e^2)\bar{m}_x^2 \delta_s^2}} \exp\left(\frac{1}{2\delta_s^2 \{1 + (1 + D_e^2)\bar{m}_x^2 \delta_s^2\}}\right) \{Erf(\alpha_{e,t}) - Erf(\alpha_{u,t})\} + \left[\frac{D_e}{\sqrt{2} \bar{m}_x^2 \delta_s^2} \right. \\ \left. \times \int_{(1 - K_e \delta_s) \bar{m}_x}^{(1 + K_u \delta_s) \bar{m}_x} \bar{z}^2 \exp\left(-\frac{1 + \bar{m}_x^2 \delta_s^2}{2 \bar{m}_x^2 \delta_s^2} \bar{z}^2 + \frac{1}{\bar{m}_x \delta_s^2} \bar{z}\right) Erf\left(-\frac{D_e \bar{z}}{\sqrt{2}}\right) d\bar{z} \right] \dots \dots \dots (1)$$

式中、 δ_s : 材料強度の変動係数、 $\bar{m}_x = \bar{S}/\sigma_x$ 、 $\bar{S}$: 材料強度の平均値、 σ_x^2 : $x(t)$ の分散(以後添字 t は、その量が時間 t の関数であることを示す)、 $K_u = (S_u - \bar{S})/\sigma_s$ 、 $K_e = (\bar{S} - S_e)/\sigma_s$ 、 S_u, S_e : それぞれ材料強度の上、下限値、 σ_s : 材料強度の標準偏差、 $Erf(y) = \int_0^y \exp(-t^2) dt$ である。さらに
 $\bar{\lambda}_{e,t} = -\{[1 + (1 + D_e^2)\bar{m}_x^2 \delta_s^2] K_e^2 \delta_s^2 - 2(1 + D_e^2)\bar{m}_x^2 \delta_s^3 K_e + (1 + D_e^2)\bar{m}_x^2 \delta_s^2 - 1\} / 2\delta_s^2$
 $\bar{\lambda}_{u,t} = -\{[1 + (1 + D_e^2)\bar{m}_x^2 \delta_s^2] K_u^2 \delta_s^2 + 2(1 + D_e^2)\bar{m}_x^2 \delta_s^3 K_u + (1 + D_e^2)\bar{m}_x^2 \delta_s^2 - 1\} / 2\delta_s^2$
 $\alpha_{e,t} = -\{[1 + (1 + D_e^2)\bar{m}_x^2 \delta_s^2] K_e - (1 + D_e^2)\bar{m}_x^2 \delta_s\} / \sqrt{2} \sqrt{1 + (1 + D_e^2)\bar{m}_x^2 \delta_s^2}$
 $\alpha_{u,t} = \{[1 + (1 + D_e^2)\bar{m}_x^2 \delta_s^2] K_u + (1 + D_e^2)\bar{m}_x^2 \delta_s\} / \sqrt{2} \sqrt{1 + (1 + D_e^2)\bar{m}_x^2 \delta_s^2}$
 $D_e = C_t / 2\sigma_x \sqrt{\Delta t}$ 、 $\Delta t = \bar{\lambda}_{1,t} - \bar{\lambda}_{1,t}^2 / \sigma_x^2 - C_t^2 / 4\sigma_x^2 - Q_t$ 、 $\bar{\lambda}_{j,t} = \int_0^\infty |M_x(t, \omega)|^2 G(\omega) (\omega + \delta')^j d\omega$
 $(j = 1, 2)$ 、 $|M_x(t, \omega)|^2 G(\omega)$: 確率過程 $x(t)$ の evolutionary power spectrum、
 $\delta' = \partial [\arctan \{Im M_x(t, \omega) / Re M_x(t, \omega)\}] / \partial t$ 、 $\sigma_x^2 = \int_0^\infty |M_x(t, \omega)|^2 G(\omega) d\omega$ 、
 $C_t = 2 \int_0^\infty |M_x(t, \omega)| \partial |M_x(t, \omega)| / \partial t G(\omega) d\omega$ 、 $Q_t = \int_0^\infty [\partial |M_x(t, \omega)| / \partial t]^2 G(\omega) d\omega$ 。

包絡線がある時刻に強度を越える現象と、それ以前に包絡線が強度を越えた現象とが互いに独立であるとし、さらに材料強度の引張強度と圧縮強度が等しいとすれば、この $ns\lambda_{a,cn}^+(t)$ を用いて、振動系の初通過破壊確率 P_f が次式によって計算される。ただし振動の継続時間を t とする。

$$P_f = 1 - \exp \left\{ -2 \int_0^t ns\lambda_{a,cn}^+(t) dt \right\} \quad \text{----- (2)}$$

③ 一自由度振動系の初通過破壊確率 系に作用する非定常外力を次式のように仮定する。

$$f(t) = g(t)n(t) = U(t)C_1(e^{-\beta_1 t} - e^{-\beta_2 t})n(t) \quad (\beta_2 > \beta_1) \quad \text{----- (3)}$$

式中、 $U(t)$: 単位階段関数、 $n(t)$: 片側パワースペクトル密度 G_0 を有するホワイトノイズ、 C_1, β_1, β_2 は定数。このとき振動変位 $y(t)$ の *evolutionary power spectrum* は次式で与えられる。³⁾

$$G_y(t, \omega) = |M_y(t, \omega)|^2 G_0 \quad \text{----- (4)}$$

式中、 $M_y(t, \omega) = 1/\omega\sqrt{1-\xi^2} \int_0^t U(t-\tau)C_1(e^{-\beta_1\tau} - e^{-\beta_2\tau})e^{-\xi\omega\tau}e^{-i\omega\tau}d\tau$, ξ : 減衰定数、 ω : 固有円振動数 (rad/sec) である。さらに応力と変位に線型関係が存在するような振動系を想定すると、比例定数 C によって応力の *evolutionary power spectrum* が次式のように得られる。

$$G_x(t, \omega) = C^2 |M_y(t, \omega)|^2 G_0 = |M_x(t, \omega)|^2 G_0 \quad \text{----- (5)}$$

この $G_x(t, \omega)$ によって $ns\lambda_{a,cn}^+(t)$ および P_f を計算することができる。

④ 数値計算結果と考察

今回は振動特性の時間的変化状態異なる2種類の非定常外力を想定した。それらの形状関数 $g(t)$ を図1に示す。なお計算に際しては、 ω_0 として 2π (rad/sec) を、 ξ として 0.05 を使用し、強度はすべて正規確率密度関数に従うものとした。当然のことではあるが、定常過程の場合と異なり、強度の平均値と応力の $r.m.s$ 値との比 m 、および強度超過率は図2に示すように時間 t の関数になる。

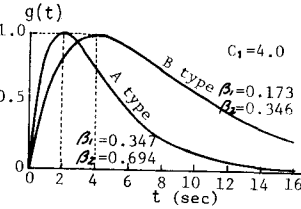


図1 形状関数

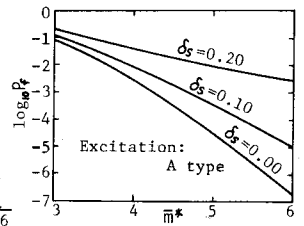


図3 $m^* \sim P_f$ 曲線

さて図3は m の最小値 m^* と、破壊確率 P_f との関係、強度の変動係数 δ_s をパラメーターにして示したものである。この図より強度のばらつきが大きい場合、振動系の断面性能を高めても、信頼性がそれ程向上しないことが分かる。次に強度のばらつきが破壊確率に及ぼす影響を検討するために図4におよび P_f との関係を示した。図より m^* が 4.5, 6.0 と大きくなると、強度のばらつきが振動系の信頼性に大きく関与することは明白である。さらに図5は設計時における振動系の信頼性が、建設後の載荷試験によって向上するという、信頼性向上効果と m^*, δ_s との関係を定量的に示している。この信頼性向上効果は設計時の信頼度を高く設定するほど、また強度のばらつきが大きいときほど著しい。

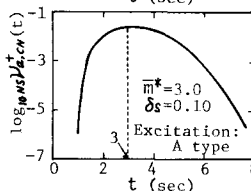
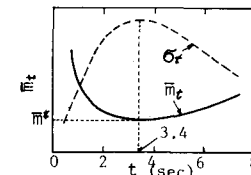


図2 m および強度超過率

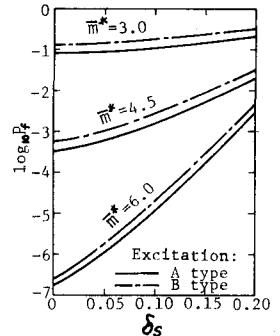


図4 $\delta_s \sim P_f$ 曲線

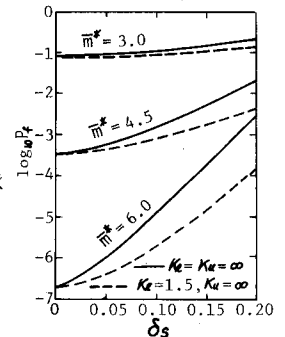


図5 信頼性向上効果

⑤ まとめ 本研究で誘導した近似計算式によって非定常不規則外力を受ける振動系の初通過破壊確率と強度のばらつきとの相関性を検討した。紙面の都合上本報告に記載できなかった考察については、講演当日申し述べたい。

〈参考文献〉

- 1) 小波・南井: 非定常ランダム応答の第2乗平均法, 京大防災研年報 10号A, 1967.3.
- 2) 小松・中井: 非定常確率過程の *first-passage probability* について, 昭和51年度工学会年報, 1976.10.
- 3) J.-H. Yang: *Nonstationary Envelope Process and First Excursion Probability*, *Journal of Structural Mechanics*, 1, 1972.
- 4) 小松・中井: 材料強度のばらつきを考慮した非定常不規則振動系の初通過破壊確率の研究, 工学会論文報告集, No.250, 1976.6.