

京都大学大学院 学生員 入江新吾

京都大学工学部 正 員 白石成人

京都大学工学部 正 員 古田 均

1. まえがき

トラス構造物の最小重量設計において形状に関するつぎの四事項が問題となる。①節点の数 ②部材の結合状態 ③節点の座標位置 ④部材の断面積。従来の設計においては、これらのうち②③の事項があらかじめ規定され④に関しての設計が行なわれてきた。しかし geometry, topology の両者を含む②③の事項を考慮した設計では④のみを考慮した設計よりはるかに重量の減少が期待できる。前回、筆者らは節点数があらかじめ与えられた条件下においては、力学的条件の一つである座屈および荷重条件が geometry に大きな影響を与えることを示し、それらを考慮する手法を提案しているが、さらに本研究では①の節点数が形状および重量にどのような影響を与えるのかを探ることを目的とする。この際文献⁽¹⁾では部材断面積、節点座標の両方を設計変数とし、SLP法を用いて最適化を行なっているが、この方法では設計変数および制約条件式の数等により、計算時間、容量、収束性に問題が生じ、構造物が大きくなると、実用性に乏しくなると考えられる。そこで、ここでは一種の近似手法として Chan⁽²⁾が提案する手法を用い、節点数の多い場合を取扱い、その形状への影響を調べる。さらに、この手法における目的関数に含まれる意味を、Spillers⁽³⁾が提案する optimality condition との関連を考察し、設計に最も影響を与える因子を見出すことを試みる。

2. 最適化手法

1節でも述べたように、節点座標と断面積を設計変数とし、SLP法により最適解に到達する手法は構造物の大型化に伴って実用性に乏しくなる。一方 Chan⁽²⁾の研究によれば、変数である断面積は、変数である節点座標で表わしうるといふ結果を得ており、本研究ではこの結果を用い、変数減少を図る。いま荷重条件が単一荷重系であり、制約条件として許容応力のみ考慮するとき、この設計は次のように定式化される。結論は、そこに求められた最小重量構造物は静定となり、各部材は fully stress になる。

$$\begin{array}{ll} \text{object function} & W = \sum A_i L_i \rightarrow \min \\ \text{constraints} & P = C \cdot F \quad F \leq \sigma_a \cdot A \end{array} \quad (1)$$

W: total volume L_i: 部材長 A_i: 部材断面積

P: 外力 F: 部材力 C: configuration matrix

ここで、式中の C は節点座標 δ_j の関数として表わされるので、結局 F は δ_j の関数として表わされる。また部材力 F_i は断面積 A_i と $|F_i| = A_i \cdot \sigma_a$ (σ_a : 部材許容応力 tension compression 共に等しいと仮定) なる関係があるので、目的関数 W は $W = \sum |F_i| L_i / \sigma_a$ と書き直せる。さらに L_i も δ_j の関数として表わされるので、目的関数は δ_j のみの関数となり、制約条件を消去することができ、最適化問題は次のようになる。

$$\text{object function} \quad W(\delta_j) = \frac{1}{\sigma_a} \sum |F_i(\delta_j)| \cdot L_i(\delta_j) \rightarrow \min \quad (2)$$

これで設計変数は δ_j のみであり、変数の数は大幅に減少したことになる。以上は構造が静定系の場合についてであるが、不静定系についても、近似解となるが、適用することが可能である。不静定系の場合、まず節点座標より部材力を求め、重量が最小となるように節点座標を修正する。これらの手続をくり返すことにより、解に到達するわけであるが、この手法は Spillers⁽³⁾の提案する optimality condition の概念を用いた手法と本質的に同一のものである。なお、次の三式が文献⁽²⁾における基本となるものである。ただし δ_j はそれぞれ、部材変位、節点変位に対応するものである。

$$C \cdot F = P \quad \text{--- (3.a)}$$

$$\text{sgn}(F_i) \Delta \delta_j = (C \cdot \delta)_i \quad \text{--- (3.b)}$$

$$\sum_i |F_i| \frac{\partial L_i}{\partial \delta_j} = \frac{2(\delta \cdot C \cdot F)}{\delta_j} \quad \text{--- (3.c)}$$

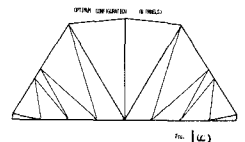
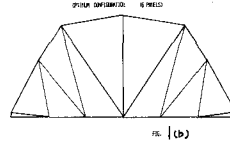
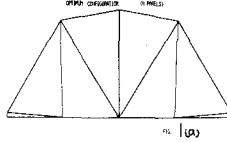
この式(3.c)が Spillers⁽³⁾の提案する optimality condition であり、Chan⁽²⁾の手法では式(3.a), (3.b)が式(3.c)に考慮されおり、式(3.c)のみの形で表わされていると考えられる。

3. 数値計算結果および考察

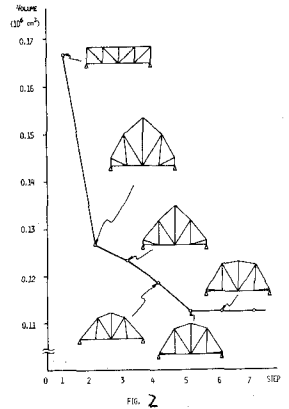
スパン長 40m, 高さ 10m の平行弦プラットトラスを対象とし、4.68 パネルについて、形状を固定した場合、トラス高 h のみを parameter とした場合、節点座標を設計変数とした場合について計算を行なった。なお、荷重は中央節点に 20ton で、下向

きの単一荷重系がある。

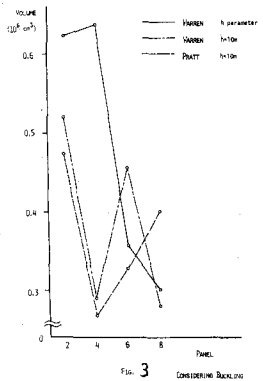
(a) 最小重量とトラス形式の関係…
制約条件が応力のみの場合について節点座標を設計変数とすると、4パネルのトラス形状はFig-1(a)に示す。



ようになった。これは明らかにワレントタイプのトラスであり、プラットトラスを初期値としても、このような荷重系では形状がワレントタイプに収束することを示している。これはプラットとワレントでは節点数、部材数、部材の配置が異なるにもかかわらず、同一の設計として取扱うことが可能であるということである。すなわち、トラスの形式は相互に条件の違いを反映した連続的な関係があり、それぞれ local optimum にあると考えられる。このことから考えて、与えられた初期節点系および部材系より節点、部材を消去して最適解に到るという方法が考えられる。また、Fig-2に示すように、本研究で用いた手法は収束が非常に早く、計算時間、経量に関して有効である。しかし、この手法は初期値に影響されやすく、いくつかの初期値の組合せより出発せねばならないという欠点がある。なお、step 1 から step 2 への移行は、文献(1)で用いた SLP 法によっている。本手法で step 1 の形状より出発すると形状はほとんど変化しない。このことからプラット形式は、一つの local optimum にあるということがわかる。



(b) 最小重量と節点数との関係-----形状を固定した場合、トラスの重量はパネル数の増加に応じて増えていく。そこで、節点座標を設計変数とした場合の傾向を調べるため、(a)と同じ条件で、6, 8 パネルのプラット形式について計算を行なった。結果は、Fig-1 のようであり、すべて同一のワレントトラスとなり、Volume はそれぞれ 33%, 38%, 2% 減少した。また、形状はすべて非常に類似しており、節点座標を設計変数とする場合、同一形状に収束していくと考えられ、単一荷重のもとでは節点数に関係なく、最適形状が唯一に決まり、部材配置配量が重量を支配することであることを示している。すなわち、最適節点数が存在するということが推察される。このことから (a) で述べたように、与えられた初期節点系および部材系より節点、部材を消去して最適解に到るという方法が有効であろうと思われる。



(c) 座屈の影響-----トラス形式の違いによる座屈を考慮した重量を Fig-3 に示す。

この場合、トラス形式、パネル数、トラス高により、かなり顕著な違いが見られる。これは、節点数と従属関係にある部材のうちの一部、すなわち、圧縮材の長さか形状を支配することになる。節点座標を設計変数とし、座屈、部材強度を考慮した最適形状については、当日発表する。

4. 結論および今後の課題

本論文では、節点数の形状に与える影響について若干考察を加えたが、単一荷重系のもとでは最適形状が一つに決定され、初期の節点数は重要な要因ではないことが判明した。しかし、多荷重系、座屈、部材強度、支持形式等を考慮した場合、どのような傾向が見られるかは検討中である。この時、Spillers 氏の optimality condition をこれらの条件下で、どのように生かしていくかが今後の課題である。なお、数値計算には京大大型計算機センター Facom M-190 を用いた。

(1) 白石, 古田, 北園, 入江 「構造形状に及ぼす設計条件の影響について」 S. 52 関西大学工学部学術講演会 概要集

(2) R.R. Kumar & A.S.L. Chan 「A Method for the Configurational Optimisation of Structures」 Computer Methods in Applied Mechanics & Engineering

(3) W.R. Spillers 「Iterative Design for Optimal Geometry」 ASCE 7 July 1975

July 1976