I-145　　最適化計算の効率化

信州大学工学部　正員　小山健
信州大学工学部　正員　長尚

1. まえがき

土木構造物の最適設計を実用化するためには，計算容量を減少することと，計算時間を短縮することが解決されなければならない大きな問題の一つである。これまでにも，計算の効率化を計る目的で提案された種々の方法があるが，手法の相異によることもあって，いまだこれがより最善であると思われる方法はないと思われる。ここでは，最適化手法としては比較的よく用いられる，SLP手法を採用した場合，土木構造物の最適化計算の効率化ということを主眼にして，具体例を通して考察してみることにする。なお，計算の効率化のための手法は先に筆者らが提案した方法[1),2)]に基づくもので，以後，簡単に説明を加える。

2. 効率化のための手法

ここでは，以前に述べた効率化のための，制約条件式の減少化ということについて簡単に述べ，それによる付加的なメリットについても最後に述べる。一般に土木構造物の最適設計の問題は，設計変数および制約条件式の数が非常に多くなることが普通であるから，SLPのある段階で，採用すべ制約条件式の数が少なくなればそれだけ計算時間の短縮と計算容量の減少につながる。そもそも，LPの解は，設計変数の数 n 個だけの制約条件がクリティカルで，その他の制約条件には余裕があるのが普通である。従って，SLPのくり返しの各段階ではクリティカルから遠いものは，採用すべき制約条件から棄却できる。この棄却すべき判定条件は次の式による。[2)]

$g_i(x^{0-1})/g_i(x^0)-1.0<\delta$ ——(1)　　ここでは δ として 0.5 を用いている。δ の値が大きい方が，棄却される条件式の数の増加が期待されるのであるが，その場合，最適解までのくり返しの回数の増加も考えられる。従って，この数値の選択は，問題の種別に応じて決めるのが妥当かと思われる。ところで式（1）によると，SLPのくり返しの初期の段階では，棄却される制約条件式の数が多く，用いる条件式の数は設計変数の数より少なくなるが，ある程度計算が進むと，クリティカルに近くなるため，設計変数より多くなってくる。ところがLPで採用すべき制約条件式の数は前述のように，設計変数の数だけでよいから，式（1）で棄却した後でも，設計変数の数より多くの制約条件が取り込まれている場合には，次の式（2）で，r_i の小さいものすなわちクリティカルの度合の高いものから順に，n 個だけの制約条件をSLPの各段階で採用するものとする[2)]。$r_i=g_i(x^0)/g_i(0)$ ——(2)　　以上の2つの方法のいずれかによって，LP計算に取り込むべき制約条件式の数 $m\,(\leq n)$ が決まったものに，文献1）で提案した方法を併用すると，次の式のようになる。[2)]

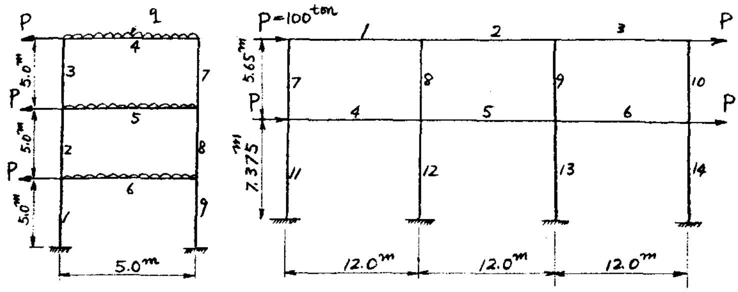
$$
\left.\begin{array}{lll}
\text{制約条件} & : & \nabla g_j(x^0)\Delta x^* \leq \nabla g_j(x^0)t_\ell - g_i(x^0) \\
 & & \Delta x^* \leq d \quad (j=1,\cdots\cdots,J) \\
\text{目的関数} & : & Z=\nabla f(x^0)\Delta x^* \longrightarrow min.
\end{array}\right\} \text{——(3)}
\qquad
\left.\begin{array}{l}
\Delta x^*=\Delta x+t_\ell \\
d=t_\ell+t_u
\end{array}\right\} \text{——(4)}
$$

以上，式（3）によって，LP計算の生きた制約条件として取り込まれるべき総数は，$\Delta x^*\leq d$ の n 個と，J個の和 $J+n\leq 2n$ となる。従って，SLPのくり返しの各段階で，$2n$ 個以下の制約条件を用いればよいことになる。ところで，式（1）のメリットはさらに次のような点にもある。式（1）によりある段階では，movelimit および設計変数の上下限の制約条件以外の制約条件が全て棄却されることもある。その場合は $J=0$ で，なおかつ式（3）のように，movelimit および上下限の制約条件を整理すれば，採用すべき制約条件式の数は，$\Delta x^*\leq d$ の n 個だけになる。ところが，この場合に x^0 が feasible な領域にあれば，SLPのその段階でのシンプレックス計算はする必要がなくなる。理由は，feasible な領域にあって，クリティカルから遠い場合，

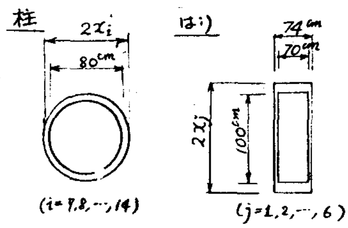
目的関数を減少させる方向は，設計変数を減少させる方向であるから，シンプレックス計算をするまでもなく，設計変数を t_l だけ減少させて次の段階の近似値にしてやればよいからである。ＳＬＰでは一般に，制約条件の数が多いと，このシンプレックス計算にかなりの計算時間が取られるのが普通であるから，これによっても式(2)を採用することは，容量，計算時間ともに節約が期待できる。

3. 計算例

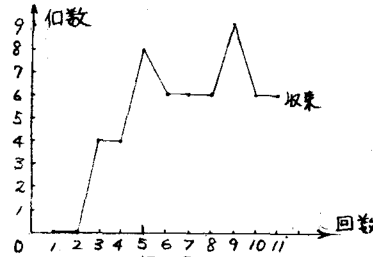
計算例として用いたモデルは図－１による２種類のモデルとした。図－１(a)は文献 1)によるモデルであり，比較的設計変数が少ない例である。図－１(b)は設計変数が比較的多い方のモデルとして採用した。この図－１の(a)のモデルの設計変数の数は４個(柱３個，はり１個)であり，制約条件式の数は23個(応力制限 6，変位制限 1，上下限 8，move limit 8)である。23個全部の制約条件式を用いると，解までに 4.2^{sec} の計算時間がかかり，収束までは15回のくり返し計算が必要となるが，式(1)～(3)を採用することによって，収束までに８回のくり返し計算で済み，計算時間が 2.2^{sec} に短縮されることが判った。なお制約条件は文献 1) によるものと同様とする。



(a)　　図－１　　(b)



図－2



図－3

次に，図－１(b)で示されるモデルについての場合は，国鉄新幹線の大阪駅付近に用いられた構造物をモデルに採用した。[3)] 設計条件がある程度現実の寸法で押えられるのでその値を変数の下限値とした。設計変数は14個であり，図－２による。制約条件式の数は71個(応力制限 14，変位制限 1，上下限 28，move limit 28)である。解を表－１に載せる。表－１から判るように収束までの回数は，制約条件を全部採用した場合(a)でも，式(1)～(3)による場合(b)でも同じく11回であるが計算時間には相当の差が認められ，(b)の場合は(a)の場合の 1/15 であった。このケースについて収束までにＳＬＰの各段階で採用した制約条件の個数を，図－３に載せる。１回目，２回目では上述のごとくシンプレックス計算はしなくても良いことになる。採用した制約条件は最大でも９個(全制約条件の 1/8)に過ぎないから，計算時間に大きな差が生れるのである。初期値は，柱部材が全て 50^{cm}，はり部材が全て 66^{cm} から出発して，はりは下限値 50^{cm} になり柱は２本が下限値 42^{cm} となり，下限値の合計が８個となる。そのため残り６個(14－８)の制約条件が最適解が得られた段階で採用されている。なお本文に用いた計算機は HITAC8700/8800 である。

表－１

	(a)	(b)
初期値	$x_1 \sim x_6 = 66^{cm}$,	$x_7 \sim x_{14} = 50^{cm}$
最適解	$x_1 \sim x_6 = 50^{cm}$,	$x_7 = x_{10} = 42^{cm}$, $x_8 = x_9 = 42.9^{cm}$ $x_{11} = x_{14} = 44.1^{cm}$, $x_{12} = x_{13} = 48.4^{cm}$
収束回数	11 回	11 回
計算時間	296^{sec}	20^{sec}

4. 参考文献

1) 小山健・長 尚「基礎の条件を考慮したラーメンの最適設計」才30回年講．
2) 小山健・長 尚「最適設計における計算の効率化について」S51年度中部支部
3)「東海道新幹線工事誌」 大阪幹線工事局