

I-131 バネ支承で支持された連続吊橋の剛性マトリックス解析

北海道大学 学生員 戸田 敦
 北海道大学 正員 渡辺 昇
 北海道大学 正員 佐藤 浩一

1. まえがき

我々は、連続吊橋の剛性マトリックス法による解法を開発し、文献(1)で発表しているが、今回、支承に図-1のような回転バネを用いた場合の解析を剛性マトリックス法によって行い、変形、応力を従来の支承と比較しようとするものである。さらに回転バネ支承をもつ単純支持形式の吊橋についても剛性マトリックス法で解析する事により、その特性を調べた。

2. 理論の概要

吊橋の挠度理論による基礎方程式は次式で表わされる。

$$EI \ddot{v}''(x) - H v'''(x) = p(x) + H_p y''' \quad (1)$$

$$H_p \frac{Lc}{EcAc} + y'' \int_0^L v(x) dx = 0 \quad (2)$$

図-1

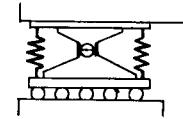
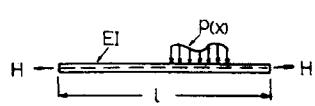


図-2

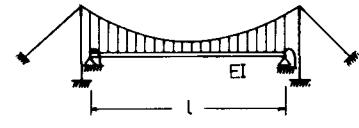


この解を求める方法として剛性マトリックスを用いる方法については、すでに文献(1)などにおいて発表している。図-2のような引張軸力が作用する桁の剛性マトリックスの式は次のようになる。

$$\begin{Bmatrix} Q(0) \\ M(0) \\ Q(l) \\ M(l) \end{Bmatrix} = \nu \begin{Bmatrix} \frac{\alpha}{H} \sinh(\alpha l) & \frac{1}{H}(1-\cosh(\alpha l)) & \frac{1}{H}(1-\cosh(\alpha l)) & \frac{1}{H}(1-\cosh(\alpha l)) \\ \frac{1}{H}(1-\cosh(\alpha l)) & \frac{1}{H}\alpha(\cosh(\alpha l)-\sinh(\alpha l)) & \frac{1}{H}\alpha(\cosh(\alpha l)-\sinh(\alpha l)) & \frac{1}{H}\alpha(\sinh(\alpha l)-\cosh(\alpha l)) \\ -\frac{\alpha}{H} \sinh(\alpha l) & -\frac{1}{H}(1-\cosh(\alpha l)) & \frac{\alpha}{H} \sinh(\alpha l) & -\frac{1}{H}(1-\cosh(\alpha l)) \\ \frac{1}{H}(1-\cosh(\alpha l)) & \frac{1}{H}\alpha(\sinh(\alpha l)-\cosh(\alpha l)) & -\frac{1}{H}(1-\cosh(\alpha l)) & \frac{1}{H}\alpha(\cosh(\alpha l)-\sinh(\alpha l)) \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} V(0) \\ V'(0) \\ V(l) \\ V'(l) \end{Bmatrix} \quad (3)$$

ただし $\alpha = \sqrt{H/EI}$, $\nu = H^3/(2-2\cosh(\alpha l)+\alpha \sinh(\alpha l))$

図-3のように、支承に図-1のような形式の回転バネが入った構造の吊橋についての剛性マトリックスの式は、一径間を要素に分割した場合、剛性マトリックスの要素の対応する対角項に支承の回転バネ定数を付け加えると良く、次式になる。



△: 回転バネ支承を表わす

図-3

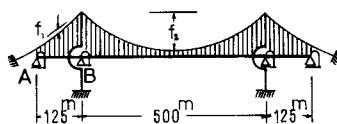
$$\begin{Bmatrix} Q_1 \\ M_1 \\ Q_2 \\ M_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ Q_{n+1} \\ M_{n+1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \text{Block Matrix} \\ \text{with } K_s \text{ highlighted} \end{Bmatrix} \quad \text{O} \quad \begin{Bmatrix} V_1 \\ V'_1 \\ V_2 \\ V'_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ V_{n+1} \\ V'_{n+1} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

(K_s is the rotational spring stiffness.)

3. 數値計算例

數値計算例として図-5のような三径間連続吊橋と図-6のような三径間単純支持吊橋を例にとった。なお、補剛材は120の要素に分割して等断面として計算を行った。荷重載荷方法は(a), (b)の2通りを考えた。

CASE I



載荷状態

(a)



(b)



図-5

CASE II

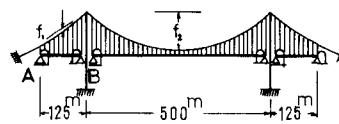


図-6

断面諸元 $E_c = 1.6 \times 10^7 \text{ t/m}^2$, $A_c = 0.28 \text{ m}^2$, $E = 2.1 \times 10^7 \text{ t/m}^2$, $I = 1.5 \text{ m}^4$, $f_1 = 3.125 \text{ m}$, $f_2 = 50 \text{ m}$
 $R = 62.5 \text{ m}$, $L_c = 851 \text{ m}$, $H_g = 93.75 \text{ t/m}$, g (死荷重) = 15 t/m , p (活荷重) = 5 t/m

単純支持吊橋の場合

の剛性マトリックスの式は各径間ごとに組み立てる必要がある。支承の回転バネ定数Kはどの支承も同じ値とした。

図-7～10は回転バネ定数の変化に伴う補剛材の中間支点と端支点のたわみ角、

曲げモーメントを示したもので、回転バネ定数が横軸に表示されている。単純支持の場合、支点で折れ角が生じ列車走行に対して問題となるが、回転バネ定数を大きく剛なものにすると折れ角は小さくできるが曲げモーメントはかなり大きな値が生ずる。連続吊橋の場合はたわみ角が生ずるが中間支点では折れ角にはならない。

載荷状態 (a)

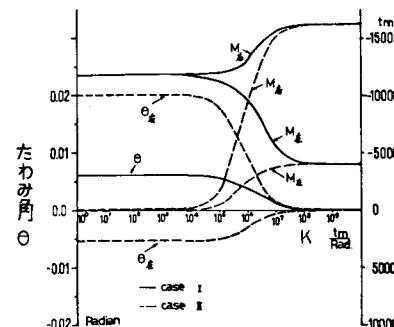


図-7 支承B

(b)

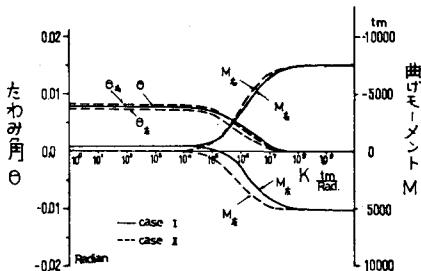


図-9 支承B

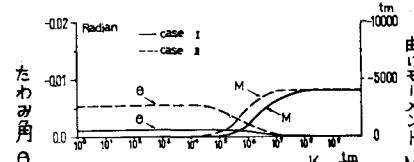


図-8 支承A

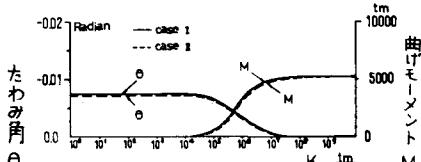


図-10 支承A

折れ角が生じ列車走行に対して問題となるが、回転バネ定数を大きく剛なものにすると折れ角は小さくできるが曲げモーメントはかなり大きな値が生ずる。連続吊橋の場合はたわみ角が生ずるが中間支点では折れ角にはならない。

4. あとがき

連続吊橋の支承が回転バネ支承の場合、その解析法として剛性マトリックス法を用い、回転バネ定数の変化に伴う変形と曲げモーメントの様子を示すことができた。なお鉛直バネ支承に対しては、この挠度理論では吊橋の主塔下の鉛直たわみが理論上生じないので本解析法による鉛直バネ支承は考慮できない。計算には北海道大学大型計算機センターのFACOM 230-75を用いた。

参考文献

- 1) 渡辺昇, 佐藤浩一: 吊橋の剛性マトリックスによる解析法 上木学会第30回年次学術講演会講演集(1975)