

九州大学応用力学研究所 正員 中村泰治, 渡辺公彦

1. はしがき

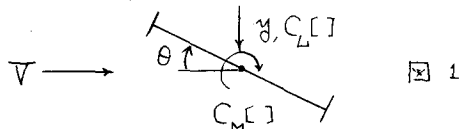
著者は、さきにエネルギー流入形式の差異による構造物の2自由度フラッタの分類を提案した。¹⁾ そこで、2自由度フラッタに対し一般論を展開した後、とくに2自由度フラッタについて、系の対数増散率が系への流入エネルギーに比例するという仮定に基づき、実験的分散法を提案した。上記仮定の正しさは直接的に明らかであるが、今回、実験的分散法に対応する解析的表現が得られたので紹介し、あわせてその実験的検証²⁾を示す。

2. 運動方程式

吊橋断面の2自由度線型化運動方程式を、構造減衰を省略して示すは、

$$m\ddot{y} + m(2\pi f_y)^2 y = \frac{1}{2} \rho V^2 (2b) \{C_L[\gamma] + C_L[0]\} \quad (1)$$

$$I\ddot{\theta} + I(2\pi f_\theta)^2 \theta = \frac{1}{2} \rho V^2 (2b^2) \{C_M[\gamma] + C_M[0]\} \quad (2)$$



すべて質量を無次元化するは

$$\eta'' + R^2 \alpha^2 \eta = \frac{\bar{V}^2}{4\pi^2 \mu} \{C_L[\eta] + C_L[0]\} \quad (3)$$

$$\theta'' + \alpha^2 \theta = \frac{\bar{V}^2}{2\pi^2 \nu} \{C_M[\eta] + C_M[0]\} \quad (4)$$

ここで、 $T = 2\pi f t$; $\eta(T) = \frac{y(t)}{b}$; $\mu = \frac{m}{\rho b^2}$; $\nu = \frac{I}{\rho b^2}$; $R = f_y/f_\theta$; $\alpha = f_y/f$; $\bar{V} = V/fb$; b = 半弦長。解を

$$\eta(T) = \eta_0 \exp\left[\left(\frac{\beta}{2\pi} + i\right)T\right] \quad (5)$$

$$\theta(T) = \theta_0 \exp\left[\left(\frac{\beta}{2\pi} + i\right)T + i\phi\right] \quad (6)$$

$$\frac{\eta_0}{\theta_0} = X \quad (7)$$

と仮定し、また、空力係数は周波数応答で代用する。こゝに、 β = 対数増散率; ϕ = 位相差; $| \phi | \ll 1$ のとき X = 見かけの軸位置。この時、運動方程式より

$$\left(\frac{\beta^2}{4\pi^2} - 1 + R^2 \alpha^2\right) X = \frac{\bar{V}^2}{4\pi^2 \mu} (C_{\eta R} X + C_{\theta R} \cos \phi - C_{\theta I} \sin \phi) \quad (8)$$

$$\frac{\beta^2}{4\pi^2} - 1 + \alpha^2 = \frac{\bar{V}^2}{2\pi^2 \nu} \{ (C_{M\eta R} \cos \phi + C_{M\eta I} \sin \phi) X + C_{M\theta R} \} \quad (9)$$

$$\beta X = \frac{\bar{V}^2}{4\pi \mu} (C_{\eta I} X + C_{\theta I} \sin \phi + C_{\theta R} \cos \phi) \quad (10)$$

$$\beta = \frac{1}{2\pi \nu} \{ (-C_{M\eta R} \sin \phi + C_{M\eta I} \cos \phi) X + C_{M\theta I} \} \quad (11)$$

以下のように空力係数と解に因する仮定を置き、(8) ~

(11) を簡略化する。

3. 空力係数と解に因する仮定

$$|C_{\theta I}| \ll |C_{\theta R}| \quad (12)$$

また、ピッチ = ぶら運動においては、angle of attack 運動は angular velocity 運動に卓越する。³⁾ すなわち、

$$(C_{\eta R} + i C_{\eta I}) \eta \div (C_{\theta R} + i C_{\theta I}) \frac{2\pi}{\bar{V}} \eta' \quad (13)$$

$$(C_{M\eta R} + i C_{M\eta I}) \eta \div (C_{M\theta R} + i C_{M\theta I}) \frac{2\pi}{\bar{V}} \eta' \quad (14)$$

と仮定する。このとき

$$| \phi | \ll 1, | X | \ll 1, | \beta | \ll 1 \quad (15)$$

4. 有用な諸公式

§3を参照し、簡略化を実行すれば、振動数比、軸位置、増散率、位相差を逐次与える式が得られる。

$$\alpha^2 = 1 + \frac{\bar{V}^2}{2\pi^2 \nu} C_{M\theta R} \quad (16)$$

$$X = \frac{\bar{V}^2 C_{\theta R}}{4\pi^2 \mu (-1 + R^2 \alpha^2)} = \frac{\bar{V}^3 C_{\eta I}}{8\pi^2 \mu (-1 + R^2 \alpha^2)} \quad (17)$$

$$\beta = \frac{\bar{V}^2}{2\pi \nu} (C_{M\theta I} + C_{M\eta I} X) = \frac{\bar{V}^2}{2\pi \nu} (C_{M\theta I} + \frac{2\pi}{\bar{V}} C_{M\theta R} X) \quad (18)$$

$$\beta X = \frac{\bar{V}^2}{4\pi \mu} (C_{\eta I} X + C_{\theta I} + C_{\theta R} \sin \phi) \quad (19)$$

5. 注目すべき諸特性

吊橋断面のような平板状構造物では、つぎの特性が表はされる。まず、 $C_{M\theta R} > 0$ であるば、(16) より $\alpha > 1$ 、すなわち、 $R < 1$ 、 $C_{\theta R} < 0$ であるば、(17) より $X > 0$ 。すなわち、周波数の増大と

そに振動数は次第に低下し、見かけの軸位置は上流側に移動する。さらに、(18)に X と μX^2 を加えると、つぎの表現が得られる

$$\beta = \beta_1 + \beta_2$$

$$\beta_1 = \frac{\bar{V}^2 C_{MOI}}{2\pi(\nu + \mu X^2)}$$

$$\beta_2 = \frac{\bar{V}^2 C_{LOR} \sin \phi}{2\pi(\nu + \mu X^2)} \frac{X}{2}$$

ただし、

$$C_{MOI} = C_{MOI} + C_{MPI} X + (C_{LOI} + C_{LPI} X) \frac{X}{2} \quad (23)$$

簡単な計算の結果、 $-C_{MOI}$ は X 臭まわりの捻り自由度振動の空力的 pitch damping を表すこととわかる。また、 $\nu + \mu X^2$ は、 X 臭まわりの reduced mass moment of inertia にほかならない。よって、 β_1 は軸位置と X に固定した捻り自由度系の減衰率を示す。一方、 β_2 は位相差中の $\sin$ に比例し、狭い意味の連成作用による減衰率である。よって、

- (1) $\beta_2 \gg \beta_1$ であるは classical 型フラッタ
- (2) $\beta_1 \gg \beta_2$ であるは 1 自由度型フラッタ
- (3) $\beta_1 \approx \beta_2$ であるは 中間型フラッタ

と分類が可能である。これは正に文献(1)で提案した方法にほかならない。実用上は位相差を知ることは必ずしも必要でなく、振動数、軸位置、減衰率を知ればよい。したがって、(16)~(18)の3式で充分であり、これは必要の空力係数は、 C_{LPI} 、 C_{MOI} 、 C_{MPI} の3つとなる。これは自由振動法により容易に求められる。なお、これらの式において、とくに低風速近似した Theodorsen 理論を適用し ($C(k) = F(k) + i\pi G(k)$ において、 $F(k) = \frac{1}{2}$ 、 $G(k) = 0$)、 $\beta = 0$ に対するフラッタ限界風速 $\bar{V}_F$ を求めると、

$$\bar{V}_F = \sqrt{\frac{2\pi C(1-R^2)}{\frac{1}{\mu} + \frac{1}{4\nu}}} \quad (24)$$

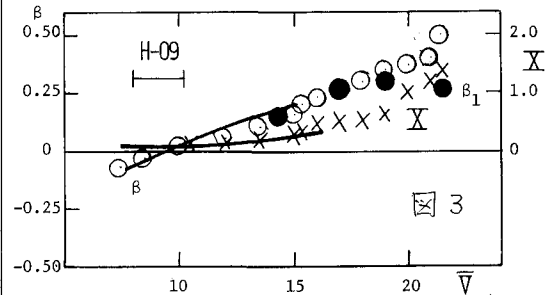
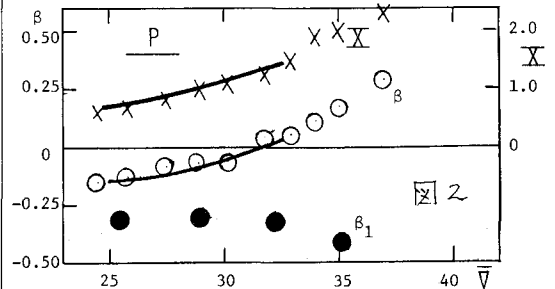
ここで、算術平均 $\frac{1}{\mu} + \frac{1}{4\nu}$ を幾何平均 $\frac{1}{\sqrt{\mu\nu}}$ に置き換えると

$$\bar{V}_F = \sqrt{4\pi C(1-R^2)\sqrt{\mu\nu}} \quad (25)$$

となる。定数 $\sqrt{4\pi} = 3.54 \dots \approx 3.70$ に置き換えることはよく知られた Selberg の経験式と一致するといは興味深い。

6. 実験的検証

(20) 式(16)~(18)の有用性を確認するために平板と桁高9%のH型断面の例を図2、図3に示す。ただし、 $\mu \approx 150$ 、 $\nu \approx 100$ 、 $R \approx 0.5$ である。同一模型を用い自由振動法によって3つの空力係数を求め、式(16)~(18)により軸位置および減衰率を理論的に推定して実験と示す。理論と実験が一致を図に示すようにきめられている。ただし、実験における構成定数 β の 0.03 であるので、 β の理論値は β を修正を行った。平板と9% H型断面は、図に示すように、それぞれ、典型的 classical 型および捻り自由度型フラッタを示す。そのそれぞれに対して今回の公式を適用したことは注目される。



7. 結論

式(16)~(18)は平板から吊橋断面を含む広範囲の bluff body の2自由度フラッタに適用し得ることをわかった。これは吊橋の耐風設計における有用な指針となるであろう。なお、式(18)は文献(4)で得られたものに類似することと付記する。

文献 (1) 中村, 吉村, J. EMD, ASCE, (1976), (2) 中村 ALOS 資料, (1977, 4月), (3) 中村, 未刊, (4) 坂田, 渡辺, ALOS 資料, (1976, 7月)。