

三井造船(株) 正真 池内 昌弘

1. まえがき

橋梁部材や建築物等に見られる矩形断面柱は、空力的に鈍い形状であり、渦励振やギャロッピング等、様々な風による振動現象を呈し、断面比を変えていくとその空力安定性を異にする。この中、ギャロッピングは準定常理論を用いて比較よく説明され、静的空力特性より断面比特性も示されてきている。一方、低風速で発生する渦励振については、渦振動数との共振風速より低い風速域での発振現象などの非線形振動現象が見られるなど、渦励振の自励的性質と共にその現象がまだ十分に解明されていない。

ここでは矩形断面柱の渦励振に着目し、まず断面比を変えた矩形柱の風洞実験よりその空力安定性の変化を調べ、次にここに現われる非線形振動現象が矩形柱の発生する非共振性から生じると考え、渦振動子モデルを用いて説明することを試みた。

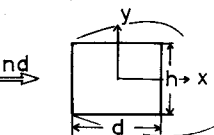


図1 矩形断面

2. 矩形柱の風洞実験

断面長の比 d/h が $3/6$ から $6/3$ までの5種類の矩形柱模型にフット風洞実験を行ない、空力安定性を調べた。模型はバルサ材を用いて軽くし、下端部の板にネジによる自由振動模型で、その特性を表1に示した。

各模型の風速と振幅の関係を図2に無次元表示した。断面比が小さい Model $3/6$ はストローハル数から決まる共振風速で最大振幅を接する単純な共振応答曲線を示す。この時模型はその固有振動数で振動している。断面比が増し、Model $3/4$ になると共振曲線が高風速側にずれてくる。

正方形である Model $3/3$ になると共振風速から始まる応答曲線となり最大振幅は共振風速より高風速側にある。またこの場合から共振風速より低い風速域に小さな発振現象が見られるようになる。これを以下第1の発振と称し、これより共振風速での発振を第2の発振と称することにする。第1の発振は共振風速の $1/3$ 付近で発生し、この時模型はその固有振動数で振動している。Model $4/3$ になると第1の発振が大きくなり、且つ、高風速側で振動履歴や跳躍現象を呈し、不安定なリミットサイクルを接するようになり、また共振風速は共振風速のほぼ $1/2$ に移る。第2の発振は渦励振からギャロッピングに移行している。Model $6/3$ になると第1の発振は更に大きくなる。

このように断面比が大きくなるに従い、矩形柱は Linear Oscillator から Non-Linear Oscillator になっている。

第1の発振について更に、振動応答波形より空力減衰率 $\alpha_a = \frac{2m}{\rho h^2} \alpha$ を求め検討した。図3より Model $3/3$ は第1発振域で負の減衰率を接し、Model $3/4$ でも負の減衰率を接しとする傾向が認められ、第1の発振のための空力は断面比が1より小さい場合でも存在し、断面比と共に連続的に大きくなっていくことが判る。質量減衰パラメータ $\frac{2m}{\rho h^2}$ が小さい場合、振動と有って現われてくる。

表1 模型の特性

Model	$2m/\rho h^2$	β_s	f_n
3/6	70	.0035	10.1 Hz
3/4	125	.0035	15.1
3/3	199	.0040	18.5
4/3	216	.0035	18.0
6/3	255	.0035	12.9

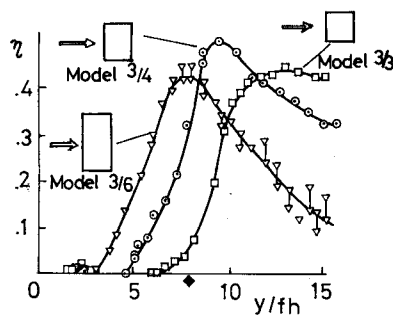


図2(a) 応答曲線(I)

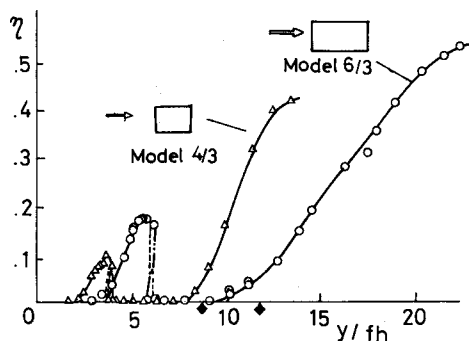


図2(b) 応答曲線(II)

3. 渦振動子モデルによる解析

矩形柱の断面比を増すと、失速風速以外にその $1/3$ や $1/2$ の風速域で非線形な発振が認められたが、物体後流を一つの渦振動子（流体振動子）と考えたモデルでこれを考察する。矩形柱の渦振動子を図5, 6のように考える。図4の円柱の場合と異なり剥離点が前縁に固定し、前断層が側面においてある角度 θ を持ち形成されているとする。このように考えると断面比と共に後流幅 H が大きくなり渦振動数の低下を意味し、渦振動数と断面比との関係にわたっている。渦振動子と回転振動すると物体側面の影響により渦振動子が非対称となり、 α と α' の変化に差が生じ、 H が変化すると考えられる。これは矩形柱の渦振動数が風向変化に対して急増することからわたっている。

さて、 H は近似的に次のように与えられる。

$$H = R + d(\tan \theta_1 + \tan \theta_2) \approx R \{1 + d/R \cdot (\theta_1 + \theta_2)\} \quad (1)$$

ここで $\tan \theta \approx \theta$ と近似した。 θ_1, θ_2 が渦振動子の振動と共に変化するとして次の方程式で近似すると、

$$\theta_{1,2} = \theta_0/2 + A_{1,2}\alpha + B_{1,2}\alpha^2 + \dots = \frac{\theta_0}{2}(1 + A'_{1,2}\alpha + B'_{1,2}\alpha^2 + \dots) \quad (2)$$

$$\text{従って } H = R \{1 + d/R \cdot \theta_0/2 + (A'_1 + A'_2)d + (B'_1 + B'_2)\alpha^2 + \dots\} \quad (3)$$

となる。 α の一次の項までとり、 $A'_1 + A'_2 = \epsilon$ とおくと流線の非対称性より ϵ は零ではなつた小さい値である。

$$H = R \{1 + d/R \cdot \theta_0/2 + d/R \cdot \theta_0 \cdot \epsilon \cdot \alpha\} \quad (4)$$

さて、渦振動子の慣性モーメントは

$$I = C_1 \rho L H (d+L)^2 \quad (5)$$

$$\text{復元力は } K \cdot \alpha = C_2 \cdot \frac{1}{2} \rho U^2 \cdot (L+d) \cdot H \cdot \alpha \quad (6)$$

と表わせる。ここで C_1, C_2 は比例定数である。

矩形柱の振動による力を $b \ddot{y}$ とすると、

$$I \ddot{\alpha} + K \alpha = b \ddot{y} \quad (7)$$

という振動方程式を構成する。ここで $L/H = C = \text{const}$ と考え (5), (6) に

(4) を代入して整理すると、結局

$$I = g + r \cdot \epsilon \cdot d + O(d^2) \quad (8)$$

$$K = s + t \cdot \epsilon \cdot d + O(d^2) \quad (9)$$

と表わせる。ここで g, r, s, t は断面比 d/R による係数で d/R と共に大きくなる。(8), (9) を (7) に入れると流体振動子は

$$(g + r \cdot \epsilon \cdot d) \ddot{\alpha} + (s + t \cdot \epsilon \cdot d) \alpha = b \ddot{y} \quad (10)$$

という非線形振動方程式となる。振動法など非線形振動方程式の解法に従うと、

$$\alpha = p_1 \cos \omega t + p_2 \cos 2\omega t + p_3 \cos 3\omega t + \dots \quad (11)$$

の形の解を得る。一方、物体は渦振動子から $L_{yt} = f_m \cdot \alpha$ (12)

なる励振力を受け、定常振動解より、失速風速の $1/3$ や $1/2$ 以下の発振が見られると考えられる。

4. 結論

矩形柱は断面比を増していくと、失速風速の $1/3$ 或いは $1/2$ 以下で発振し、断面比と共に大きくなることを示した。これを渦振動子モデルを用いて、振動による渦振動子の非対称性から後流幅の変化が生じ、これが流体振動子に非線形性を与え、断面比と共に非対称性が強まることにより説明した。

参考文献 省略

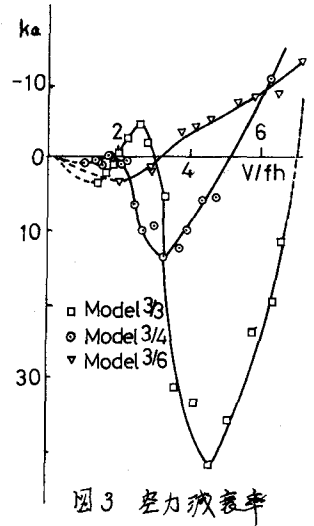


図3 空力減衰率

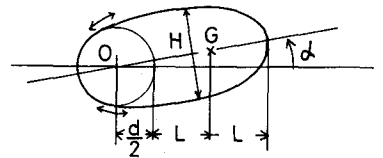


図4 円柱の渦振動子

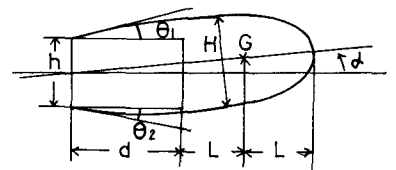


図5 矩形柱の渦振動子

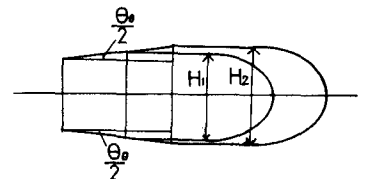


図6 断面比によるHの変化