

中央大学理工学部
本州四国連絡橋公団

正員 岡内 功
正員 秋山 晴樹

1. まえがき

本州四国連絡橋耐風研究小委員会のご指導のもとに、1500 m級吊橋を対象とした大型模型による耐風実験が千葉県館山市相沢で昭和47～49年度(冬期)に渡って実施された。この実験の目的と概要については第30回年次学術講演会I-220で、47年と48年度の観測で得られたデータの解析結果の概略については同じくI-219で、49年度の観測で得られたデータの解析結果の一部については第31回年次学術講演会I-210で、またその際用いたスペクトル計算の方法については同じくI-208で紹介しており、この報告はその続報である。

今回は、変動風が吊橋の鉛直たわみ振動に及ぼす影響について、鉛直たわみ・ゆいれ2自由度の振動実験で得られたデータを用いて、同減衰領域と時内復元域で解析した結果の概略を述べることにする。

2. 同減衰領域での解析

ゆいれ振動の影響を僅かとして無視すると、鉛直たわみに答 $y(t)$ と主流方向変動風速 $u(t)$ 、鉛直方向変動風速 $w(t)$ の関係は、スペクトルを用いて次のように表わすことができる。

$$S_{y_g}(f) = C(f) \cdot S_{uu}(f) + D(f) \cdot S_{ww}(f) \quad \cdots \cdots 1)$$

$$S_{y_g}(f) = C(f) \cdot S_{uu}(f) + D(f) \cdot S_{ww}(f) \quad \cdots \cdots 2)$$

ここで

$S_{y_g}(f)$, $S_{y_g}(f)$, $S_{uu}(f)$, $S_{ww}(f)$ はそれぞれ $u(t)$ と $y(t)$, $w(t)$ と $y(t)$, $u(t)$ と $w(t)$, $w(t)$ と $u(t)$ のクロススペクトル,
 $S_{uu}(f)$, $S_{ww}(f)$ は $u(t)$, $w(t)$ のパワー・スペクトルである。

A. G. Davenport に従い、準定常理論を仮定すればインピーダンス $C(f)$ と $D(f)$ は次式のように表わされる。

$$\left\{ \frac{m_g (2\pi f)^2}{f \bar{U} B k} \right\}^2 |C(f)|^2 = C_d^2 |A_{gu}(f)|^2 |H_g(f)|^2 \quad \cdots \cdots 3)$$

$$\left\{ \frac{2m_g (2\pi f)^2}{f \bar{U} B k} \right\}^2 |D(f)|^2 = \left(\frac{dC_d}{d\alpha} \right)^2 |A_{gw}(f)|^2 |H_g(f)|^2 \quad \cdots \cdots 4)$$

ここで

C_d , $\frac{dC_d}{d\alpha}$ は揚力係数および揚力勾配, m_g は質量質量,
 f_g は固有振動数, $\bar{U}$ は平均風速, f は空気密度, B は模型巾, k は模型長, $A_{gu}(f)$, $A_{gw}(f)$ は空力アドミタンス,
 $H_g(f)$ は機械的アドミタンスである。

式(1)と(2)より $C(f)$, $D(f)$ を求め、式(3)と(4)の形で

まとめた一例を図1と図2に示す。これによると冬期～夏日風速によりかなり差異が見られる。

実験観測では静的空気力の測定も十分な。その際揚力計測の精度が不十分な。そのため、 C_d , $\frac{dC_d}{d\alpha}$ と空力アドミタンスは得られていない。そこでこれらの諸量を次の要領で求めてみた。

$f \neq 0$ では $A_{gu}(f)$, $A_{gw}(f)$, $H_g(f)$ はいずれも1.0 と考えられる。従って、図1, 2 の最低同減衰領域の値はほぼ C_d^2

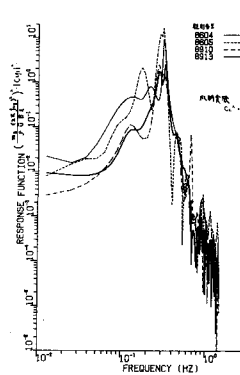


図-1 鉛直たわみゆいに伴う同減衰領域 (100-200%)

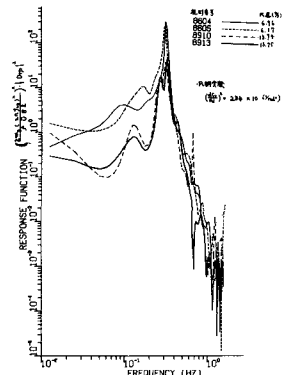


図-2 鉛直たわみゆいに伴う同減衰領域 (100-200%)

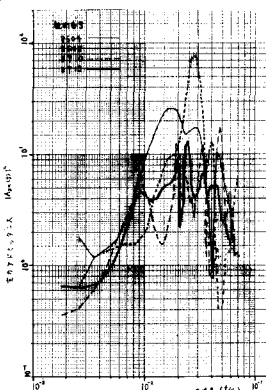


図-3 揚力ゆいに伴う空力アドミタンス (100-200%)

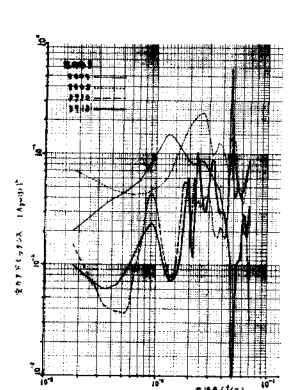


図-4 揚力ゆいに伴う空力アドミタンス (100-200%)

$(\frac{dc_y}{dd})^2$ を示しているものとみなせる。同図に整流中での小翼風洞実験の結果を示したが、実験橋観測値は風洞実験値を中心にかなりばらついている。また、 $H_y(y)$ は次の式で表わされる。

$$|H_y(y)|^2 = \frac{1}{\{(1 - (\frac{c_{y2}}{c_{y1}})^2)^2 + 4 S_y^2 (\frac{c_{y2}}{c_{y1}})^2\}} \quad \dots\dots 5) \quad \text{ここで } S_y = S_{y1} + S_{y2} \quad \begin{matrix} S_{y1} \text{ は構造減衰} \\ S_{y2} \text{ は空力減衰} \end{matrix}$$

S_{y2} は次の理論式で表わされるとする。

$$S_{y2} = \frac{\rho B l \bar{U} \frac{dc_y}{dd}}{4 \omega_y m_y} \quad \dots\dots 6)$$

式6)に風洞実験で得られた $\frac{dc_y}{dd}$ を代入し計算される S_{y2} を式5)に代入すれば $H_y(y)$ は求まる。この $H_y(y)$ を式(3.4)に代入すれば $|A_{y1}(y)|^2$, $|A_{y2}(y)|^2$ は計算できる。こうして得られた $|A_{y1}(y)|^2$, $|A_{y2}(y)|^2$ の一例を図3.4に示す。これによれば両者はかなりばらついており、しかも値が1.0以上の部分がかかりを占めている。この原因としては観測値に含まれるノイズの影響や、振動応答の非定常性などが考えられるが詳細については今なお検討中である。

3. 時間領域での解析

鉛直方向、ねじれ2自由度の振動方程式と次式で表わす。

$$m_y (\ddot{y} + 2 S_y \omega_y \dot{y} + \omega_y^2 y) = F_{se}(t) + F_b(t) \quad \dots\dots 7)$$

$$I_y (\ddot{\alpha} + 2 S_{\alpha} \omega_{\alpha} \dot{\alpha} + \omega_{\alpha}^2 \alpha) = Q_{se}(t) + Q_b(t) \quad \dots\dots 8)$$

ここで、 S_y , S_{α} はねじり、ねじれの構造減衰、 ω_y , ω_{α} はねじり、ねじれの固有円振動数、 $F_{se}(t)$, $Q_{se}(t)$ は式(9.10)で表わされる自励力、 $F_b(t)$, $Q_b(t)$ は式(9.12)で表わされる変動空力である。

$$F_{se}(t) = \frac{1}{2} \rho \bar{U}^2 (2B) \left\{ K_1 H_1 \frac{\dot{y}}{\bar{U}} + K_1 H_2 \frac{B \dot{\alpha}}{\bar{U}} + K_1^* H_3 \dot{\alpha} + K_1^* H_4 \frac{y}{B} \right\} \quad \dots\dots 9)$$

$$Q_{se}(t) = \frac{1}{2} \rho \bar{U}^2 (2B) \left\{ K_1 A_1 \frac{\dot{y}}{\bar{U}} + K_1 A_2 \frac{B \dot{\alpha}}{\bar{U}} + K_1^* A_3 \dot{\alpha} + K_1^* A_4 \frac{y}{B} \right\} \quad \dots\dots 10)$$

$$F_b(t) = -\frac{1}{2} \rho B \bar{U} \omega_{\alpha} L_{11} - \frac{1}{2} \rho B \bar{U} \omega_{\alpha} L_{12} \quad \dots\dots 11)$$

$$Q_b(t) = \frac{1}{2} \rho B \bar{U} \omega_{\alpha} L_{21} + \frac{1}{2} \rho B \bar{U} \omega_{\alpha} L_{22} \quad \dots\dots 12)$$

ここで $K = \frac{B \omega_y}{\bar{U}}$ は換算振動数、 $H_1 \sim H_4$, $A_1 \sim A_4$ は空力係数である。

式(7.9)を運動方程式として仮定し、観測で得られた風速 $u(t)$, $w(t)$ と振動応答 $y(t)$, $\alpha(t)$ を入力と出力とすれば、方程式の諸係数は ARMA モデルにより推定できる。現在この方法により解析作業が行なわれているが、結果の一例として、式(7.8)を次式のように書き換え、推定した諸係数を表1に示す。

$$\ddot{y} + J_{11} \dot{y} + J_{12} \dot{\alpha} + K_{11} y + K_{12} \alpha = L_{11} u + L_{12} w \quad \dots\dots 13)$$

$$\ddot{\alpha} + J_{21} \dot{y} + J_{22} \dot{\alpha} + K_{21} y + K_{22} \alpha = L_{21} u + L_{22} w \quad \dots\dots 14)$$

表1.には同時に、ARMAモデルによる ω_y , S_y の推定値と、実験値および用減衰領域での解析結果との比較を示した。これによるとそれぞれ比較的良好一致している。

なお、時間領域での解析に用いた ARMA モデルのプログラムは、コロムビア大学の橋塚教授により開発されたものである。橋塚教授からびに研究室の方々に感謝の意を表する。また、データ解析・検討に際し御指導いただいた本州国風橋梁風洞実験小委員会の委員ならびに関係者各位に重ねて感謝の意を表する。

表1. ARMA モデルによる推定値。(参照No. 8710)

K _{ij}		J _{ij}		L _{ij}			
3.675	4.112	0.335	-0.082	0.0001	-0.1275		
0	18.143	0	-0.019	0.0162	0.0126		
H ₁	H ₂	H ₃	H ₄	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄
-5.84	0.24	-2.81	-0.26	0	0.04	-0.13	0
固有円振動数(1/秒)				減衰定数(1/秒)			
推定値(ARMA)		実験値		推定値(1)(ARMA)	推定値(2)(風洞実験)	推定値(3)(風洞実験)	推定値(4)(風洞実験)
1.917	1.910	0.087	0.091	0.025			

* 推定値(1)はARMAモデルより求めらる。

〃 (2)は風洞実験で得られた $\frac{dc_y}{dd}$ を式6)に代入して求めらる。

〃 (3)は実験橋観測で得られた $\frac{dc_y}{dd}$ を式6)に代入して求めらる。