

関西大学工学部 正会員 ○三 上 市 藏
 関西大学工学部 正会員 森 沢 敬 文
 関西大学工学部 正会員 米 沢 博

まえがき アーチ部材のフランジや縦断勾配またはテーパを有する箱桁のフランジなどはその面外に曲率を有しており、円筒パネルとみなすことができる。これらの円筒パネルはその円周方向に面内力を受けているので、曲率の影響を考慮に入れて解析を行なう必要があり、またその挙動の非線形性が著しいと考えられる。これまで箱形断面曲りばりに曲げまたは曲げと軸力が作用する場合の円筒状フランジを想定し、円筒パネルが円周方向に圧縮力を受ける場合について、準線形シェル理論¹⁾および非線形シェル理論²⁾に基づいて解析した。この非線形理論における一部の非線形項を省略すると、簡略な非線形理論や準線形理論、さらには線形理論が導かれる。以下では、これらの理論による解を比較することによって、非線形性に影響を与える項を明らかにし、簡単で精度のよい近似非線形理論を探ろうとするものである。

基礎方程式 図-1に示すような弧に沿った長さ a 、幅 b 、厚さ t 、曲率半径 R の等方性円筒パネルを考える。座標軸を図-1のようにとり、断面力および変位の正の方向を図-2のように定義する。基本となる非線形理論として Kirchhoff-Love の仮定を用いた Washizu³⁾ の薄いシェルに対する理論を考える。

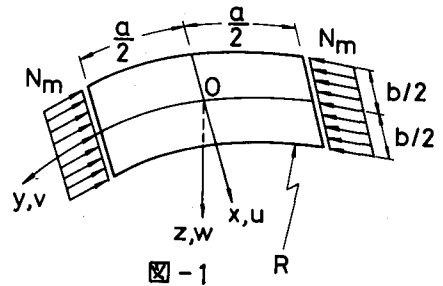


図-1

(1) 中立面の線形ひずみ

$$\epsilon_x = u_{,x} ; \epsilon_y = v_{,y} - \frac{w}{R} ; \epsilon_{xy} = \frac{1}{2}(u_{,y} + v_{,x}) \quad (1)$$

(2) 回転

$$\phi_x = w_{,x} ; \phi_y = w_{,y} + \frac{v}{R} ; \phi = \frac{1}{2}(v_{,x} - u_{,y}) \quad (2)$$

(3) 中立面の非線形ひずみ つぎの3種を考える。

Case 0 : 線形関係

$$\epsilon_x = \epsilon_x ; \epsilon_y = \epsilon_y ; \epsilon_{xy} = \epsilon_{xy} \quad (3a)$$

Case 1 : Kármán流の非線形関係

$$\epsilon_x = \epsilon_x + \frac{1}{2}\phi_x^2 ; \epsilon_y = \epsilon_y + \frac{1}{2}\phi_y^2 ; \epsilon_{xy} = \epsilon_{xy} + \frac{1}{2}\phi_x\phi_y \quad (3b)$$

Case 2 : 非線形関係

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= \epsilon_x + \frac{1}{2}[\epsilon_x^2 + (\epsilon_{xy} + \phi)^2 + \phi_x^2] \\ \epsilon_y &= \epsilon_y + \frac{1}{2}[(\epsilon_{xy} - \phi)^2 + \epsilon_y^2 + \phi_y^2] \\ \epsilon_{xy} &= \epsilon_{xy} + \frac{1}{2}[\epsilon_x(\epsilon_{xy} - \phi) + \epsilon_y(\epsilon_{xy} + \phi) + \phi_x\phi_y] \end{aligned} \quad (3c)$$

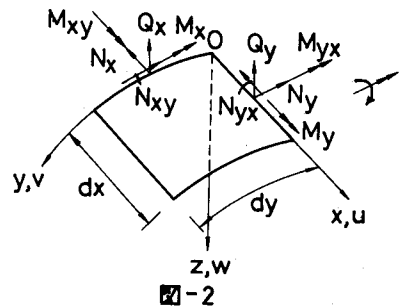


図-2

(4) 曲率の変化量 線形関係を仮定

$$\kappa_x = \phi_{x,x} ; \kappa_y = \phi_{y,y} ; \kappa_{xy} = \frac{1}{2}[\phi_{x,y} + \phi_{y,x} + \frac{1}{R}(\epsilon_{xy} + \phi)] \quad (4)$$

(5) 断面力

$$N_x = B[\epsilon_x + \nu\epsilon_y] ; N_y = B[\epsilon_y + \nu\epsilon_x] ; N_{xy} = N_{yx} = B(1-\nu)\epsilon_{xy} \quad (5)$$

$$M_x = -D[\kappa_x + \nu\kappa_y] ; M_y = -D[\kappa_y + \nu\kappa_x] ; M_{xy} = M_{yx} = -D(1-\nu)\kappa_{xy} \quad (6)$$

ただし、 $B = Et/(1-\nu^2)$; $D = Et^3/12(1-\nu^2)$; E = 弾性係数 ; ν = ポアソン比。

(6) 断面力・ひずみ・変位の変換

$$\begin{aligned}
 N_x &= \bar{N}_x ; N_y = -N_m + \bar{N}_y ; N_{xy} = \bar{N}_{xy} \\
 u &= \nu N_m x / Et + \bar{u} ; v = -N_m y / Et + \bar{v} ; w = \bar{w} \\
 \phi_x &= \bar{\phi}_x ; \phi_y = \bar{\phi}_y ; \phi = \bar{\phi}
 \end{aligned} \quad (7)$$

(7) 力のつりあい 以下の5種を考える。

Case A : 非線形関係

$$\begin{aligned}
 &\bar{N}_{x,x} + \bar{N}_{xy,y} - N_m(\varepsilon_{xy,y} - \phi_y) \\
 &\quad + \bar{N}_x \varepsilon_{x,x} + \bar{N}_{xy}(\varepsilon_{xy,x} - \phi_x + \varepsilon_{x,y}) + \bar{N}_y(\varepsilon_{xy,y} - \phi_y) \\
 &\quad + \bar{N}_{x,x} \varepsilon_x + \bar{N}_{xy,x}(\varepsilon_{xy} - \phi) + \bar{N}_{xy,y} \varepsilon_x + \bar{N}_{y,y}(\varepsilon_{xy} - \phi) = 0 \\
 &\bar{N}_{y,y} + \bar{N}_{xy,x} - \frac{1}{R}(M_{y,y} + 2M_{xy,x}) - N_m \varepsilon_{y,y} + \frac{1}{R} N_m \phi_y \\
 &\quad + \bar{N}_x(\varepsilon_{xy,x} + \phi_x) + \bar{N}_{xy}(\varepsilon_{y,x} + \varepsilon_{xy,y} + \phi_y) + \bar{N}_y \varepsilon_{y,y} \\
 &\quad + \bar{N}_{x,x}(\varepsilon_{xy} + \phi) + \bar{N}_{xy,x} \varepsilon_y + \bar{N}_{xy,y}(\varepsilon_{xy} + \phi) + \bar{N}_{y,y} \varepsilon_y - \frac{1}{R}(\bar{N}_{xy} \phi_x + \bar{N}_y \phi_y) = 0 \\
 &M_{x,xx} + 2M_{xy,xy} + M_{y,yy} - \frac{1}{R} N_m - N_m \phi_{y,y} - \frac{1}{R} N_m \varepsilon_y \\
 &\quad + \bar{N}_x \phi_{x,x} + \bar{N}_{xy}(\phi_{y,x} + \phi_{x,y}) + \bar{N}_y \phi_{y,y} \\
 &\quad + \bar{N}_{x,x} \phi_x + \bar{N}_{xy,x} \phi_y + \bar{N}_{xy,y} \phi_x + \bar{N}_{y,y} \phi_y + \frac{1}{R}[\bar{N}_y + \bar{N}_{xy}(\varepsilon_{xy} + \phi) + \bar{N}_y \varepsilon_y] = 0
 \end{aligned} \quad (8)$$

Case B : Flügge 型⁴⁾

$$\begin{aligned}
 &\bar{N}_{x,x} + \bar{N}_{xy,y} - N_m(\bar{\varepsilon}_{xy,y} - \bar{\phi}_y) = 0 \\
 &\bar{N}_{y,y} + \bar{N}_{xy,x} - \frac{1}{R}(M_{y,y} + 2M_{xy,x}) \\
 &\quad - N_m \bar{\varepsilon}_{y,y} + \frac{1}{R} N_m \bar{\phi}_y = 0 \\
 &M_{x,xx} + 2M_{xy,xy} + M_{y,yy} - \frac{1}{R} N_m - N_m \bar{\phi}_{y,y} - \frac{1}{R} N_m \bar{\varepsilon}_y \\
 &\quad + \bar{N}_x \bar{\phi}_{x,x} + \bar{N}_{xy}(\bar{\phi}_{y,x} + \bar{\phi}_{x,y}) + \bar{N}_y \bar{\phi}_{y,y} \\
 &\quad + \frac{1}{R}[\bar{N}_y + \bar{N}_{xy}(\bar{\varepsilon}_{xy} + \bar{\phi}) + \bar{N}_y \bar{\varepsilon}_y] = 0
 \end{aligned} \quad (9)$$

Case C : 第1, 2式はCase Bと同じ。

$$\begin{aligned}
 &M_{x,xx} + 2M_{xy,xy} + M_{y,yy} - \frac{1}{R} N_m - N_m \bar{\phi}_{y,y} - \frac{1}{R} N_m \bar{\varepsilon}_y \\
 &\quad + \frac{1}{R} \bar{N}_y = 0
 \end{aligned} \quad (10c)$$

Case D : 準線形関係

$$\begin{aligned}
 &\bar{N}_{x,x} + \bar{N}_{xy,y} = 0 \\
 &\bar{N}_{y,y} + \bar{N}_{xy,x} - \frac{1}{R}(M_{y,y} + 2M_{xy,x}) = 0 \\
 &M_{x,xx} + 2M_{xy,xy} + M_{y,yy} - \frac{1}{R} N_m - N_m \bar{\phi}_{y,y} + \frac{1}{R} \bar{N}_y = 0
 \end{aligned} \quad (11)$$

Case E : Donnell 型の線形関係

$$\begin{aligned}
 &\bar{N}_{x,x} + \bar{N}_{xy,y} = 0 \\
 &\bar{N}_{y,y} + \bar{N}_{xy,x} = 0 \\
 &M_{x,xx} + 2M_{xy,xy} + M_{y,yy} - \frac{1}{R} N_m + \frac{1}{R} \bar{N}_y = 0
 \end{aligned} \quad (12)$$

数値計算例 対称性により 1/4 領域を対象とし, 差分法を用い

て解析した結果の一例を図-3に示す。

詳細な計算結果とその考察については講演会当日に述べる。

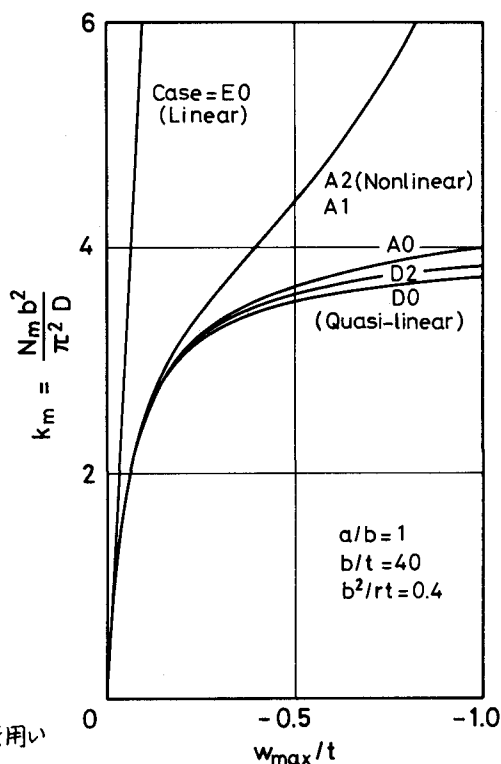


図-3

- 1) 三上・森沢・米沢: 薄肉曲線部材の内筒フランジの応力, 土木学会年次学術講演会, I-31, 1975-10.
- 2) 三上・米沢・森沢: 曲がりばりの内筒フランジの非線形解析, 同上, I-112, 1976-10.
- 3) Washizu, K.: Variational Methods in Elasticity and Plasticity, 2nd ed., Pergamon Press, 1975.
- 4) Flügge, W.: Stresses in Shells, 2nd ed., Springer-Verlag, 1973.