I-93　　非線形構造解析における線形化に関する基礎的研究

京都大学大学院　学生員　福若 雅一
京都大学工学部　正 員　丹羽 義次
京都大学工学部　正 員　渡辺 英一

1. はじめに

近年構造物の複雑化・大型化にともない 構造解析にはどうしても非線形の解析が さけられないものとなってきているが 非線形構造解析手法としては 現在幅広く用いられている荷重増分法でも 数多くの線形計算をくり返したり また 大次元の逆行列の計算がくり返し行なわれるために 大型の大容量・高速のコンピュータを用いたとしても長時間を要し 構造的に比較的簡単なものしか実際には解析できず 経済的にも 精度的にも満足できるような解析手法は確立されていないといってよい。

また構造物の非線形性は 材料非線形，幾何学的非線形 ならびにこの両者の組み合わせによる非線形があるが 統一的な立場に立脚した系統的な解析手法の確立が望まれる 。

一方 大次元の問題を有限要素法などを用いて直接解くのではなくて 構造要素を簡易化することによって自由度を逓減し さらに サブスペース法などを用いることによって より自由度を減少させて 簡単で効率的な非線形解析を行うとする研究を筆者らは進めており この研究によって大次元の問題でも低次元での解析が可能となるので 自由度の低い問題に対して 解析手法の得失が 明らかになれば 与えられた問題に対して，適切な解析手法を用いることができ 非線形問題の解析がより効率的に行える。

そこで本研究においては 解析手法の得失を明らかにするために 幾何学的非線形を有する問題の中でも 特に不安定現象を生じる代表的な4タイプの1自由度モデルに対して 今までに提案されている解析手法のうちの数種と 本研究において独自に改良した自己修正形の摂動法を適用し 各々の不安定現象に関して各手法の評価を行う。

2. 解析手法 幾何学的非線形を含む問題の釣合方程式は ポテンシャルの1次微分によって次式となる。

$$[K]\{q\}=\{P\}-\{Q^*(q)\}$$

ここに，　$[K]$；線形剛性マトリックス　　$\{q\}$；一般化変位

　　　　$\{P\}$；外力による一般化力　　$\{Q^*(q)\}$；幾何学的非線形による一般化力

また次式で示される不釣合力$\{f\}$によって解析手法を分類する。

$$\{f\}=-[K]\{q\}+\{P\}-\{Q^*(q)\}$$

i) $\{f\}=\{0\}$ この手法は解が釣合方程式を満足しており 精度的には最も望ましい手法であるが，与えられる非線形連立代数方程式を解くためにニュートンラフソン法，修正ニュートンラフソン法などの反復計算によって解が収束するまで計算が行われるため 逆行列の計算などに多くの時間が費され，また 多くの解を得ることは困難である。

ii) $\{\dot{f}\}=\{0\}$ 不釣合力のあるパラメーターに対する増加率をゼロとしてゆく方法であり 解くべき方程式は微分方程式の形で与えられるので 微分方程式を解くための多くの手法（ルンゲ・クッタ法，予測子－修正子法 etc.）が適用され得る。この方法では初期値を与えることによって解の追跡が行えるが，たとえば微係数に対してオイラーの前進差分を用いたりして 何らかの形で線形近似されるので 数多くの計算ステップをくり返すと誤差が蓄積されてゆくし，初期値の代入誤差も修正されない。

iii) $\{\dot{f}\}+\gamma\{f\}=\{0\}$　この手法は$\{\dot{f}\}=\{0\}$法での欠点を補うために拡大係数γを用いて不釣合力が自動的に修正されてゆくようにしたもので 自己修正型初期値法と呼ばれる。

・＝$\frac{d}{dP}$ とすると 不釣合力fは $f_i=C\exp(-zP)$ （C；定数）となりPの増加とともに不釣合力{f}は指数関数的に減少してゆく。

iv） 摂動法 {P}がある1つの荷重パラメーター$\bar{P}$の線形関数であるとすると釣合方程式は $[K]\{q\}=\bar{P}\{\hat{P}\}-\{Q^*\}$ となる。qをある摂動パラメーターεでテーラー展開し3次以上を無視すると，

$q_i' = q_i + \dot{q}_i\varepsilon + \frac{1}{2!}\ddot{q}_i\varepsilon^2$ —— ① 釣合方程式を微分して線形方程式をつくると $(K_{ij}+K_{ij}^*)\dot{q}_i=\dot{\bar{P}}\tilde{P}$ —②

$(K_{ij}+K_{ij}^*)\ddot{q}_j=\ddot{\bar{P}}\tilde{P}-Q^*_{i,jk}\dot{q}_j\dot{q}_k$ —② ここに $\{\dot{Q}^*\}=[K^*]\{\dot{q}\}$

②式と③式より$\dot{q}$，$\ddot{q}$を求め①式より解の追跡を進めてゆく。やはりこの手法でもテーラー展開の打ち切りなどで 計算ステップの増加とともに誤差が蓄積されてゆく。

v）自己修正形摂動法. 摂動法における誤差の蓄積を拡大係数γを用いて修正する手法であり，不釣合力の増分Δf_iを $\Delta f_i+\gamma\varepsilon f_{oi}=0$ —④ で修正する.（f_{oi}は1ステップ前での不釣合力）

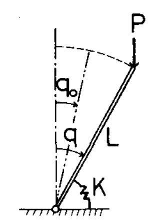
f_iの 増分Δf_iは 摂動パラメーターεを用いて $\Delta f_i=\dot{f}_i\varepsilon+\frac{1}{2!}\ddot{f}_i\varepsilon^2+O(\varepsilon^3)$ —— ⑤ と表わせる。

④式と⑤式より $\dot{f}_i+zf_{oi}=0$ $\ddot{f}_i=0$ —— ⑥ を得る。

⑥式を書き直せば $(K_{ij}+K_{ij}^*)\dot{q}_i=\dot{\bar{P}}\tilde{P}+\gamma f_i$ —⑦

$(K_{ij}+K_{ij}^*)\ddot{q}_j=\ddot{\bar{P}}\tilde{P}-\dot{Q}^*_{i,jk}\dot{q}_j\dot{q}_k$ —⑧

⑦式と⑧式より$\dot{q}$，$\ddot{q}$を求めて①式により解を進めてゆく。



Model 2

3. 数値実験モデル

数値実験モデルとしては次の不安定現象を生ずる4つの代表的な1自由度モデルを用いた。

① 屈服 ，② 安定対称座屈 ③ 不安定対象座屈 ④ 不安定非対称座屈.

4. 数値実験結果および考察.

非線形性のおだやかな，安定な問題では増分法によっても *interval* を充分小さくとれば良好な結果が期待できるが，非線形の高い不安定な問題では相当の誤差が生じる。（③，④など）

このような不安定現象を生ずるような解析には，自己修正形の初期値法あるいは自己修正形の摂動法のような手法が用いられなければならないと考えられる。

各モデルに対する各手法の評価など詳細は当日スライドで説明する。

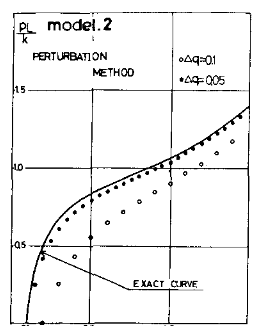


Fig. 摂動法

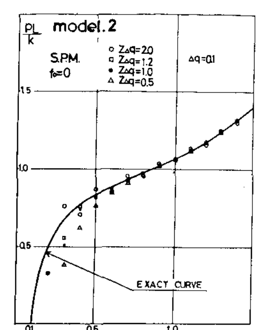


Fig. 自己修正型摂動法.

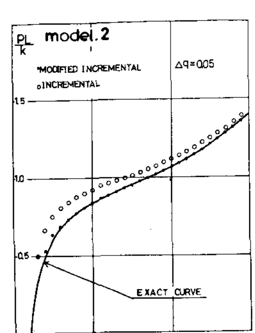


Fig. 増分法と修正増分法との比較

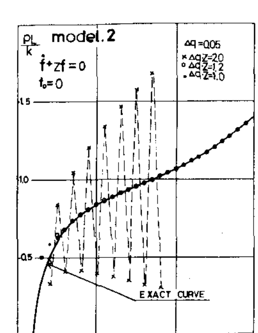


Fig. 自己修正型初期値法.

5. 参考文献

丹羽・渡辺・福岩 非線形問題の線形化に関する基礎的研究

昭和52年 土木学会関西支部年次学術講演会概要集 I-28.