I-83　軸力を有するティモシェンコ梁

信州大学　学生員　○甘利 裕二
信州大学　正員　谷本 勉之助

1. はじめに.　通常のベルヌーイ・オイラー理論に基づく振動解析で求められる固有振動数はより高次振動になると精度的に問題があると言われている。ここでは高次振動まで信頼し得る固有振動数を求めるため，変位に関してはモーメント及び剪断力によるもの，慣性に関してはたわみ及びたわみ角によるものを考慮し，さらに軸力が作用した場合を想定する.

変位に関する微分方程式を誘導し，その一般解をもとにして未定定数を境界条件から相対的に決定する（振動の場合は初期条件が残されているので，静的な条件からは未定定数は相対的にしか決定できない）という操作によって，行列式をゼロにするような値――すなわち，固有振動数――を求めることができる.

連続梁，骨組系に対しては変位量と力量に分けて三軸マトリクスとし，その剛性マトリクスに関して同様の操作を行なえば良い.

2. 基礎微分方程式.

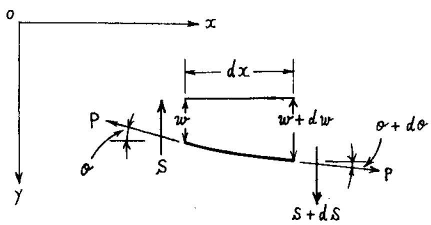

図 1. 梁の要素――ベルヌーイ・オイラー理論.

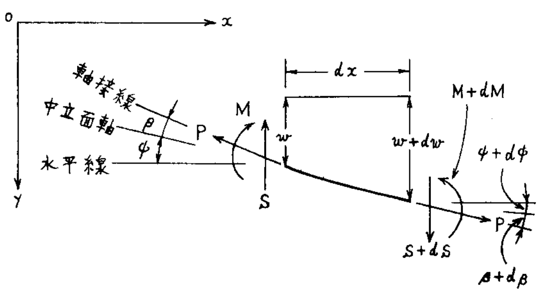

図 2. 梁の要素――ティモシェンコ理論.

基礎微分方程式は最終的にはベルヌーイ・オイラー理論，ティモシェンコ理論において (1), (2) のようになる，

$$\left[\frac{\partial^4}{\partial x^4}-\frac{P}{EI}\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\gamma A}{EIg}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right] w = 0, \tag{1}$$

$$\left[\frac{\partial^4}{\partial x^4}-\frac{kGA}{EI}\frac{P}{kGA+P}\frac{\partial^2}{\partial x^2}-\frac{\gamma}{Eg}\left(1+\frac{EA}{kGA+P}\right)\frac{\partial^4}{\partial x^2\partial t^2}+\frac{\gamma}{Eg}\frac{kGA}{EI}\frac{EA}{kGA+P}\frac{\partial^2}{\partial t^2}+\left(\frac{\gamma}{Eg}\right)^2\frac{EA}{kGA+P}\frac{\partial^4}{\partial t^4}\right]\begin{bmatrix} w \\ \phi \end{bmatrix}=0. \tag{2}$$

3. 固有値方程式.　境界条件，連続条件，支持条件を盛り込むと両理論とも固有値方程式は単径間梁，連続梁に対して次のようになる，

$$\det\begin{bmatrix} B \\ B' \end{bmatrix}=0, \qquad \det\begin{bmatrix} B_1 & C_1 & & \\ A_2 & B_2 & C_2 & \\ & \cdots & \cdots & \\ & A_k & B_k & C_k \\ & & A_{k+1} & B_{k+1} \end{bmatrix}=0. \tag{3}$$

4. 終りに.　ティモシェンコ理論による基礎微分方程式は (2)式で見るように複雑である. ベルヌーイ・オイラー理論に比べてその効果がどの程度表われるか，軸力が振動数にどのような影響を与えるかなどについては現在比較検討中である. 数値結果は当日発表の予定です.