

徳島大学大学院

学生員・武田 和明

徳島大学工業短期大学部

正会員 平尾 潔

徳島大学工学部

正会員 児嶋 弘行

1. まえがき

本研究は、新增節点荷重と受ける平面骨組を対象として、その非線形挙動や耐荷力をより正確には握することを目的とし、残留応力やひずみ硬化などの材料の非線形性、有限変位ならびに曲げと軸力との降伏相関関係を考慮した、非弾性断面における非線形M-N-中関係を用いた場合の一弾塑性解析法について研究し、数値計算結果をもとに、変形と材料の非線形性が骨組の耐荷力に及ぼす影響について比較検討したものである。

2. 解析上の仮定

本研究では、解析にさいしてつぎのような仮定をもうけた。(1)材料の応力-ひずみ曲線としては、図-1の(a),(b),(c)のような3種類を考え、応力-ひずみ関係は時間に対して独立とする。ただし、図中の σ_y は降伏応力、 ϵ_y は降伏ひずみとし、 E_{st} はひずみ硬化域における弾性係数とする。(2)断面における断面力と変形量との関係は、断面を数個の矩形要素に分割し、各要素の物理量は、その中心に集中しているものと考え、数値積分法により求める。(3)部材は一定断面を有する直線部材とし、断面形は矩形またはI形とする。(4)降伏条件におよぼすせん断力の影響は無視する。(5)すべての荷重は節点に作用し、その強度は比例的に増加するものとする。

3. 降伏条件式および弾性限界の条件式

本研究の解析で用いた、曲げと軸力との降伏相関関係を考慮した場合の矩形、およびI形断面に対する降伏条件式は、つぎのようである。

- (1)矩形断面 $n_1^2 + |m_1| = 1.0$
 (2)I形断面 $1.7n_1^2 + |m_1| = 1.0 \quad (0 \leq |m_1| \leq 0.22636)$
 $1.18|m_1| + |m_1| = 1.18 \quad (0.22636 \leq |m_1| \leq 1)$

また弾性限界の条件式は、つぎのようである。

$$|n_2| + |m_2| = 1.0$$

ただし、 $n_1 = N/N_p$, $m_1 = M/M_p$, $n_2 = N/A\sigma_y$, $m_2 = M/W\sigma_y$
 ここで、 N_p は全塑性軸力、 M_p は全塑性モーメント、 A は断面積、 W は断面係数である。

4. 変形法の基本式

一部材を、10~20程度に細かく分割することを前提に、一つの要素に対する変形法の基本式を新たに導出した。(図-2参照)
 塑性域の拡がり、ならびに軸力による曲げの影響を考慮した場合の、変形後の部材要素 k , $k+1$ に対する曲げの微分方程式は、

$$\frac{d^2\eta}{d\xi^2} = -\frac{\alpha_k}{EI} - \frac{\beta_k}{EI} M_\xi = -\frac{1}{EI} \{ \alpha_k + \beta_k (M_k - Q_k \xi) + N_k \eta \}$$

.....(1)と表わされる。 k , $k+1$ 両端における境界条件 $(\eta)_{\xi=0} = 0$

$$\left(\frac{d\eta}{d\xi}\right)_{\xi=0} = \tau_k, (\eta)_{\xi=l_k} = 0, \left(\frac{d\eta}{d\xi}\right)_{\xi=l_k} = \tau_{k+1} \quad \text{.....(2)}$$

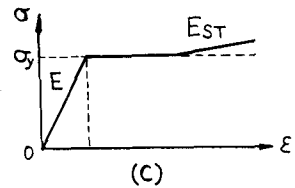
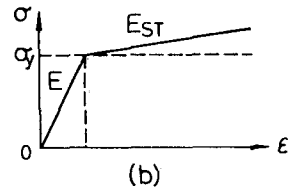
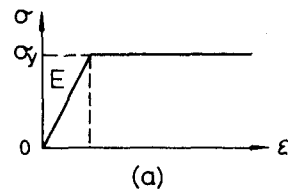


図-1

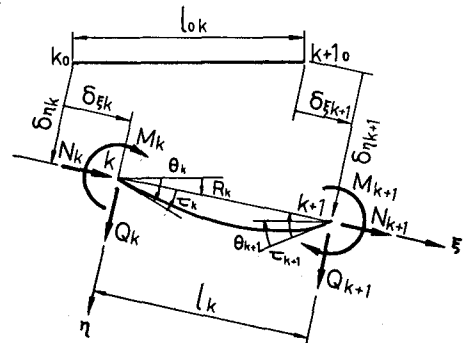


図-2

のもとに式(1)を解けば、次式を得る。

$$\begin{aligned} M_R &= (4EI/\beta_k l_R) \varphi_3 T_R + (2EI/\beta_k l_R) \varphi_4 T_{R+1} - \alpha_k/\beta_k & Q_R &= (6EI/\beta_k l_R^2) \varphi_2 (T_R + T_{R+1}) \\ M_{R+1} &= (2EI/\beta_k l_R) \varphi_4 T_R + (4EI/\beta_k l_R) \varphi_3 T_{R+1} + \alpha_k/\beta_k & Q_{R+1} &= -Q_R \end{aligned} \quad \dots (3)$$

$\varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$ は、 $\lambda = \sqrt{\beta_k |N_R|/EI}$ とおけば、 N_R の正負により、それぞれつぎのようになる。

$$N_R > 0 \text{ のとき } \varphi_2 = \frac{\lambda^2 l_R^2}{6} \frac{1 - \cos \lambda l_R}{2(1 - \cos \lambda l_R) - \lambda l_R \sin \lambda l_R}, \quad \varphi_3 = \frac{\lambda l_R}{4} \frac{\sin \lambda l_R - \lambda l_R \cos \lambda l_R}{2(1 - \cos \lambda l_R) - \lambda l_R \sin \lambda l_R}, \quad \varphi_4 = \frac{\lambda l_R}{2} \frac{\lambda l_R - \sin \lambda l_R}{2(1 - \cos \lambda l_R) - \lambda l_R \sin \lambda l_R}$$

$$N_R < 0 \text{ のとき } \varphi_2 = \frac{\lambda^2 l_R^2}{6} \frac{1 - \cosh \lambda l_R}{2(\cosh \lambda l_R - 1) - \lambda l_R \sinh \lambda l_R}, \quad \varphi_3 = \frac{\lambda l_R}{4} \frac{\sinh \lambda l_R - \lambda l_R \cosh \lambda l_R}{2(\cosh \lambda l_R - 1) - \lambda l_R \sinh \lambda l_R}, \quad \varphi_4 = \frac{\lambda l_R}{2} \frac{\lambda l_R - \sinh \lambda l_R}{2(\cosh \lambda l_R - 1) - \lambda l_R \sinh \lambda l_R}$$

つぎに、軸方向変形 Δl_R は、軸力による変形 δ_{3N} と湾曲による変形 δ_{3b} との和として表わされ、 δ_{3N} に部材回転

にともなう変形 δ_{3R} を含めると、 $\Delta l_R = \delta_{3N} + \delta_{3b} = \delta_{3R} + \delta_3 = l_{0R} - l_R \dots (4)$ ここで $\delta_{3N} = r_k N_R l_{0R}/EA$

$\dots (5)$ δ_{3R}, δ_3 は、 $\delta_{3R} = l_{0R} - (l_{0R}^2 - \delta_3^2)^{1/2} \div \delta_3^2/2l_{0R} \dots (6)$, $\delta_3 = \delta_{3R} - \delta_{3R+1} \dots (7)$ である。また δ_{3b} は

$$\delta_{3b} = \int_0^{l_R} (ds - dx) = \int_0^{l_R} \left[\left\{ 1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right\} - 1 \right] dx = \frac{1}{2} \int_0^{l_R} \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 dx \dots (8)$$

式(8)を計算すれば、 $(\delta_{3b}/l_R) = b_1(T_R + T_{R+1})^2 + b_2(T_R - T_{R+1})^2 \dots (9)$ ここで $b_1 = 3\varphi_2(\varphi_4 - 1)/2\lambda^2 l_R^2$, $b_2 = \varphi_4/2\lambda^2 \varphi_2$ である。式(4)(5)より

$$\delta_{3N} = \delta_{3R} + \delta_3 - \delta_{3b} = r_k N_R l_{0R}/EA \quad \text{さらに、式(6)(7)(9)を考慮すれば、つぎのように表わされる。}$$

$$N_R = \frac{EA}{r_k l_{0R}} \left[(\delta_{3R} - \delta_{3R+1}) + \frac{(\delta_{3R} - \delta_{3R+1})^2}{2l_{0R}} - l_R \{ b_1(T_R + T_{R+1})^2 + b_2(T_R - T_{R+1})^2 \} \right] \dots (10)$$

$R, R+1$ の両端における接線回転角 T_R, T_{R+1} が近似的に $T_R \div \theta_R - (\delta_{3R+1} - \delta_{3R})/l_R$, $T_{R+1} \div \theta_{R+1} - (\delta_{3R+1} - \delta_{3R})/l_R$ と表わされるものとする、式(3)を並び、式(10)はつぎのようになる。

$$M_R = \frac{6EI}{\beta_k l_R^2} \varphi_2 (\delta_{3R} - \delta_{3R+1}) + \frac{4EI}{\beta_k l_R} \varphi_3 \theta_R + \frac{2EI}{\beta_k l_R} \varphi_4 \theta_{R+1} + C_{MR}, \quad \theta_R = \frac{12EI}{\beta_k l_R^3} \varphi_2 (\delta_{3R} - \delta_{3R+1}) + \frac{6EI}{\beta_k l_R^2} \varphi_2 (\theta_R + \theta_{R+1})$$

$$M_{R+1} = \frac{6EI}{\beta_k l_R^2} \varphi_4 (\delta_{3R} - \delta_{3R+1}) - \frac{2EI}{\beta_k l_R} \varphi_3 \theta_R + \frac{4EI}{\beta_k l_R} \varphi_3 \theta_{R+1} + C_{MR+1}, \quad \theta_{R+1} = -\theta_R, \quad N_R = \frac{EA}{r_k l_{0R}} (\delta_{3R} - \delta_{3R+1}) + C_N$$

$$N_{R+1} = -N_R \dots \text{以上(11)} \quad \text{ここで } C_{MR} = -\alpha_k/\beta_k, C_{MR+1} = \alpha_k/\beta_k, C_N = C_{NR} - C_{Nb}, \text{ ただし } C_{NR} = (EA/2r_k l_{0R}^2) (\delta_{3R} - \delta_{3R+1})^2, C_{Nb} = (EA/r_k l_{0R}) l_R \{ b_1(\theta_R + \theta_{R+1})^2 + b_2(\theta_R - \theta_{R+1})^2 \} \text{ である。}$$

5. 解析手順

荷重強度 $P_{n,0}$ である部材に塑性域あるいは降伏関節が発生し、さらに荷重強度が $P_{n,1}$ となり、新たな部材に塑性

域あるいは降伏関節が発生するまでの、第 n 段階目において、 m 回目の一定荷重増分を与えた $P_{n,m}$ に対する解析手

順を示す。1) $P_{n,m}$ に対する部材力、および変位の収束値を、非線形係数による繰り返し手順により求める。2) 各部

材において弾性限界の条件あるいは降伏条件をおかすかどうかを判定する。おかでない場合は、一定荷重増分を与え、

1) の手順にうつる。3) 荷重強度を繰り返し変更してゆき、最小荷重係数 k_{min} が 1 に収束した部材に塑性域ある

いは降伏関節が発生したものとみなし、そのときの荷重強度を $P_{n,1}$ とする。そして構造形式を変更したのち、一

定荷重増分を行った場合に弾性限界の条件あるいは降伏条件をおかさない最大の荷重強度に一定荷重増分を加え

て、荷重強度を $P_{n+1,1}$ に変更して、ふたたび 1) の手順にもどる。

6. 結論

具体的計算例については大会当日発表するが、本研究で得られた結果を列挙すれば、つぎのようである。

1) 曲げと軸力との降伏相関関係を考慮した場合には、それとしない場合に比べて、一般に、低い耐荷力を示す。

2) ひずみ硬化を除く個々の非線形要素の影響によって、滑組の耐荷力が減少することになり、本解析の有効性が

うかがえるが、本解析法は、演算時間の面で問題がある。

7. 参考文献 1) 奥島 稔武彦; 塑性域の広がり考慮した鋼構造平面滑組の一弾塑性解析, 徳大工学部研究報告, 第2号, 1976年。

2) 成行, 稔奥島; 塑性域の広がり考慮した降伏相関関係を考慮した平面滑組の一弾塑性解析, 昭和55年中四支部一般講演概要