

九州大学・工・正員 今井 富士夫

九州大学・工・正員 太田 俊昭

1. まえがき

本研究は、円弧曲線桁を対象にその終局耐力および崩壊メカニズムを解明しようとするものである。

この分野の構造物の終局耐力に関する研究としては、Boulton¹⁾、Imeguru²⁾による両端固定円弧曲りばりを対象としたものがあり、それによれば free hinge が発生し、 $\mu = T_p / M_p$ (T_p : 完全塑性捩りモーメント, M_p : 完全塑性曲げモーメント) の値によって、その崩壊形式も3ヒンジ崩壊、4ヒンジ崩壊と変化することが明らかにされている。

終局耐力のみ着目するこれらの研究と異なり、本研究は、崩壊に至る塑性変形挙動をも追跡するものであり、free hinge の発生を考慮しうる理論を提示したものである。すなわち、解析手法は、先に報告した³⁾行列手法を一般化したもので、free hinge 発生点の移動の如何を問わず行列の次数を固定化できるように工夫している。

数値解析例としては、単一集中荷重を受ける両端固定円弧ばりを対象に厳密解ならびに直線近似折れ線ばりの解との比較を試みた。

2. 解析理論

図-1に示す等分割された円弧曲線ばりを考える。

各節材に作用する端モーメントを M 、材端に生ずる回転角（接線角、ねじり角）を ψ とする⁴⁾。各節材について、極座標に関する剛性行列 k を用いれば、次の増分式をえる。

$$\dot{M} = k \cdot \dot{\psi} \quad \text{----- (1)}$$

また、変形の適合条件式は、節端の接線角 ψ と変形成分 u との関係式であり、

塑性ヒンジによる影響を考慮すれば、一般に次の増分式で表わされる。

$$\dot{\psi} = A_e \cdot \dot{u} - A_p \cdot \dot{\lambda} \quad \text{----- (2)}$$

ここに、 A_e は、係数行列であり、行列 A_p の要素は、Mises の降伏条件式 Φ を変形量に対応するモーメント量 M_i で偏微分して $\partial \Phi / \partial M_i$ に判別パラメーター β_i を乗じたもので、 $\dot{\lambda}$ は、正のスカラー量である。ここに、判別パラメーター β_i は、塑性ヒンジ発生時で1、弾性時で0となる。

一方、力のつり合い式は、外力の増分を $\dot{P}$ とすれば、反傾関係から式(2)の係数行列 A_e を用いて、

$$\dot{P} = A_e^T \cdot \dot{M} \quad \text{----- (3)}$$

次に、塑性ヒンジが発生した節点では、塑性流れ法則により、 $d\Phi = \sum \frac{\partial \Phi}{\partial M_i} dM_i = 0$ 、よって

$$A_p^T \cdot \dot{M} = 0 \quad \text{----- (4)}$$

これらを、 $\dot{u}$ 、 $\dot{\lambda}$ について解けば、次式をえる。

$$\left. \begin{aligned} \dot{\lambda} &= C_g^{-1} \cdot G^T \cdot S \cdot \dot{P} \\ \dot{u} &= D \cdot \dot{P} \end{aligned} \right\} \quad \text{----- (5)}$$

ここに、 $K = A_e^T \cdot k \cdot A_e$, $G = A_e^T \cdot k \cdot A_p$, $H = A_p^T \cdot k \cdot A_p + \alpha$, $S = K^{-1}$, $C_g = H - G^T \cdot S \cdot G$

$D = S \cdot (I + G \cdot C_g^{-1} \cdot G^T \cdot S)$ 。ここで、 H に含まれる α の要素 α_i は、塑性ヒンジ発生時に0、弾性時に1。

さて、以上の理論は、予め分割された節点に対する関係式であり、節点間は考慮されていない。節点間の中間曲げモーメント M_c^r 、捩りモーメント M_c^t は、図-2より次のようにして求まる。

紙面に対して、裏から表へ向かう鉛直力を F とすると、 j 点のつり合い式は、次式となる。

$$F_0 l_0 - M_i^r \cos \theta' - M_i^t \sin \theta' - M_j^r \cos \theta' + M_j^t \sin \theta' = 0 \quad \text{----- (6)}$$

ここに、 $l_0 = 2R \sin \theta'$ 、よって、 F_0 は、次の式となる。

$$F_0 = \frac{1}{l_0} \cdot (M_i^r \cos \theta' + M_i^t \sin \theta' + M_j^r \cos \theta' - M_j^t \sin \theta') \quad \text{----- (7)}$$

任意点の曲げ、捻りモーメント M_x^r, M_x^t は、

$$\left. \begin{aligned} M_x^r &= M_i^r \cos(\theta' - \delta) + M_i^t \sin(\theta' - \delta) - F_0 R \sin(\theta' - \delta) \\ M_x^t &= -M_i^r \sin(\theta' - \delta) + M_i^t \cos(\theta' - \delta) + F_0 R \{1 - \cos(\theta' - \delta)\} \end{aligned} \right\} \quad \text{----- (8)}$$

任意点の降伏関数 Φ_x は、 M_x^r, M_x^t を用いて、

$$\Phi_x = (M_x^r / M_0)^2 + (M_x^t / T_0)^2 \quad \text{----- (9)}$$

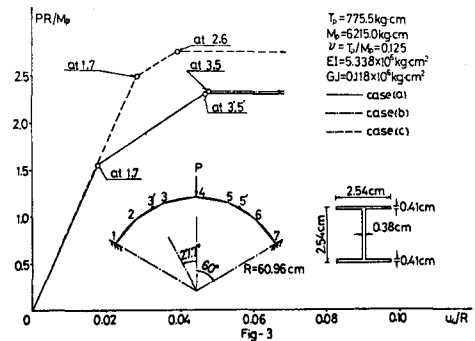
節点間部材を任意分割して、各点の降伏関数を極座標で表わせば、式(9)より、部材間の降伏関数の最大値とその位置が近似的に求められることになる。

この降伏関数の最大値 Φ_{max} が、1を越えた時、その点に節点を移動させ、前述の解式を適用すれば、演算行列の次数は固定させたままで、解析は遂行できることになる。

3. 解析例 および 結果

図-3に示すような桁中央点に単一集中荷重がかかる円弧曲線桁を解析対象としたもので、case (a) は、free hinge 発生を考慮したものであり、case (b) は、6等分割のままで解析を行ったもの、また、case (c) は、6等分割点に内接する折れ直線近似桁である。

これらの結果より、3者ともに R が小さいため、文献1), 2) に示されるとうりに、4ヒンジ崩壊していることが判る。



case (a) と case (b) を比較した場合、case (b) では

節点間部材に降伏点が発生したにもかかわらず、その影響が考慮されていないため、崩壊値が、若干上まわっている。

また、case (c) については、弾性時には、良く他と一致しているが、ヒンジの発生時期が他の2者と比較してかなりの遅れが生じており、また、第3、4ヒンジ発生位置も大巾に違っている。

このことより、折れ直線近似桁は、弾性解析には使用可能であるが、塑性解析には、問題があると思われる。

4. あとがき

今回は、任意点に生ずる塑性ヒンジ (free hinge) を追跡しうる理論を提示し、解析例としては、簡単のため対称構造の単一円弧曲線桁を取り扱った。

free hinge に対処する近似手法として、予め節点数をひやす case (b) の方法と、曲線を直線近似する方法 (case (c)) を併せ提示したが、前者については、分割節点を増せばある程度の精度がえられるが、反面、計算量が増大する難点を有し、後者では、塑性ヒンジの発生時期と発生点位置が不正確となるため、終局耐力に相当の誤差がもたらされる欠点を有することが判明した。

< 参考文献 >

- 1) N.S. Boulton and B. Bopnukha; Plastic Collapse Loads for Circular-Arc Bow Girders, Proc. Inst. C.E. Vol. 3, 1959
- 2) E.O. Imegwu; Ultimate Strength of Plane Curved Girders, the S.E. No. 4, Vol. 42, 1964
- 3) 今井・太田・手本; 曲線桁の動的塑性特性, 第31回年次学術講演会講演概要集, I
- 4) 太田俊昭; 任意部材をもつ立体ラーメンの解法に関する研究, 九州大学提出学位請求論文