

大阪市立大学 工学部 正員 ○團田恵一郎
 大阪市立大学 大学院 学生員 森川武則

まえがき

平板やシャイバなどの連続体の弾性解析に際して、これらをトラスやラーメンなどの骨組の集合体と置換して解析する試みは古くから行なわれている。この原理は連続体の微小要素に対する力と変形の関係が簡単な骨組のそれに相似できることに基づいている。同様な骨組相似法が極限解析に対しても適用できるかどうかは興味ある問題である。弾性解析と極限解析の相異は適合条件式と降伏条件式にある。したがって、後者の場合は、降伏条件式をどのように取扱うかが問題となる。本研究は、完全塑性材料に対する最大直応力説、最大せん断応力説(トレスカ説)やせん断ひずみエネルギー説(ミセス説)などの降伏条件が、平面応力問題において、どのような形状及び断面の骨組で相似できるかを検討したものである。もし、このような骨組相似法が一般的に可能となるならば、鉄筋コンクリートや鉄骨-鉄筋コンクリート構造などの降伏条件の自体の決定が困難な問題に対しても、鋼とコンクリートの合成効果を直接骨組の組み方で表現し、極限解析が可能となることが期待できる。

1. トラス相似法

図1に示すような平面要素をトラスと置換える。

平面要素の降伏条件式を

$$f(\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}) = 0$$

とし、置換したトラスの降伏条件式を

$$\bar{f}(P_x, P_y, P_{xy}) = 0$$

ただし、 $P_x = \sigma_x a/2$, $P_y = \sigma_y a/2$, $P_{xy} = \tau_{xy} a/2$ とすれば、 \bar{f} を f に最も良く近似させるためには、トラスの組み方および部材の強度をどのように選ぶが良いかが、ミニでの問題となる。

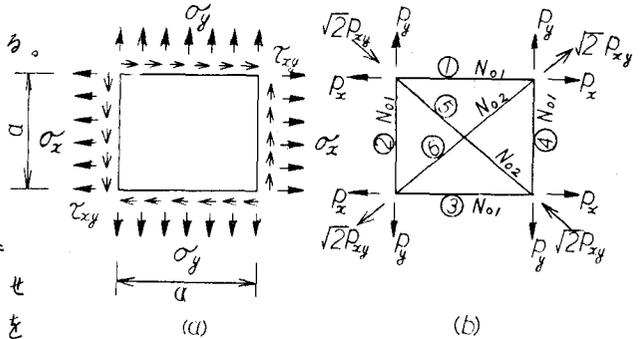


図-1

図1(b)のトラスの各部材の降伏強度を N_{01}, N_{02} (図参照)と定義すれば、 $\bar{f}(P_x, P_y, P_{xy}) = 0$ の決定は、任意の定数 $-\infty < \lambda < \infty$, $-\infty < \mu < \infty$ に対して、次の線形計画の問題

maximize $|P_x|$

subjected to

$$P_y = \lambda P_x, \quad P_{xy} = \mu P_x$$

$$N_1 + \frac{1}{\sqrt{2}} N_5 = P_x - P_{xy}, \quad N_2 + \frac{1}{\sqrt{2}} N_6 = P_y - P_{xy}$$

$$N_1 + \frac{1}{\sqrt{2}} N_6 = P_x + P_{xy}, \quad N_2 + \frac{1}{\sqrt{2}} N_5 = P_y + P_{xy}$$

$$N_1 = N_3, \quad N_2 = N_4$$

$$|N_1| \leq N_{01}, \quad |N_2| \leq N_{01}, \quad |N_3| \leq N_{02}, \quad |N_4| \leq N_{02}$$

ミニは、 N_i ($i=1, 2, \dots, 6$) はトラスの部材力を示す。

の解 (P_x, P_y, P_{xy}) の集合を見出す問題となる。上述の問題を解き、トレスカの降伏条件式に近似させれば、 $N_{01} = N_0$, $N_{02} = \sqrt{2} N_0$, $N_0 = \sigma_0 a/4$, (σ_0 は平面要素の降伏応力)の結果を得る。この場合、主応力面 ($P_{xy} = 0$) では完全な一致を見るが、 $P_{xy} > 0$ でトレスカの降伏条件を上回ってしまう。これを改良するため、水平、垂直部材と斜材の降伏強度の間には次の相関関係を制約条件式に付加する。

$$|A_1 - A_2| + \frac{\beta}{\sqrt{2}} |A_6 - A_7| \leq 2N_0$$

すると、 $\beta = 1$ に対して、図2に示すごとくトレスカの式と完全に包み込まれる降伏曲面、すなわち、下界の降伏曲面が得られる。

2. ラーメン相似法

図3の様をラーメンのモデルを用いて、軸力とせん断の相関関係を次式で与えられ、

$$0.1t/|A_1| + |t_2| \leq 0.1t N_0$$

$$|A_1 - A_2| + \frac{1}{\sqrt{2}} |A_6 - A_7| \leq 3.2 N_0$$

他の式は紙面の都合上省略する、

図4に示すようなミセスの降伏条件と良好な一致が得られる。

3. 深ばりの解析例

図2のトラス相似(相関関係は考慮せず)を用いて、片持深ばりの解析例を示す。図で示した極限状態での部材力の値は、極限解析法の下界定理に基づき、線形計画法によって計算したものであるが、この場合、極限荷重の値は唯一であってもこの時の部材力のみは唯一に決定することができず(部分崩壊を起すため)、図で示したものは静的許容かつ安全な1つの応力場に過ぎない。

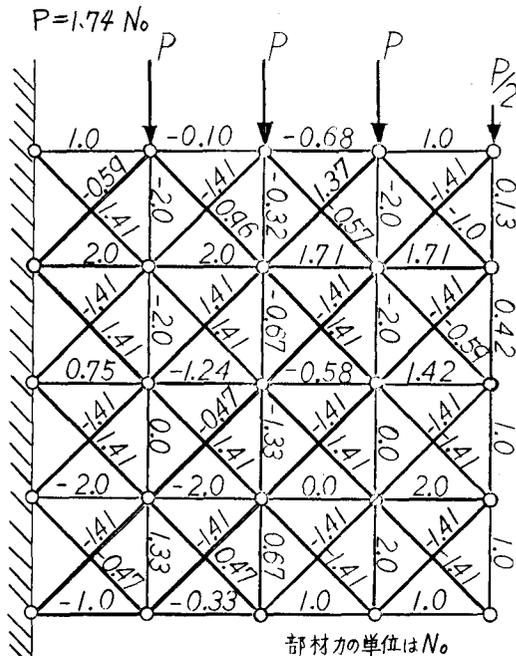


図5 深ばりの解析例

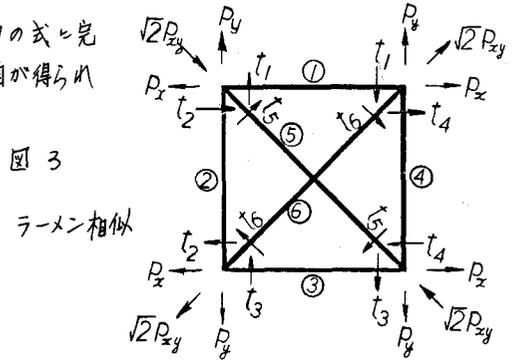


図3

ラーメン相似

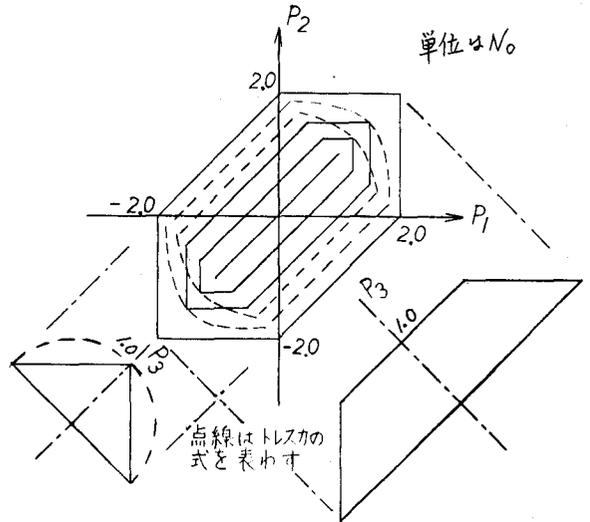


図2 トラス相似による降伏曲面

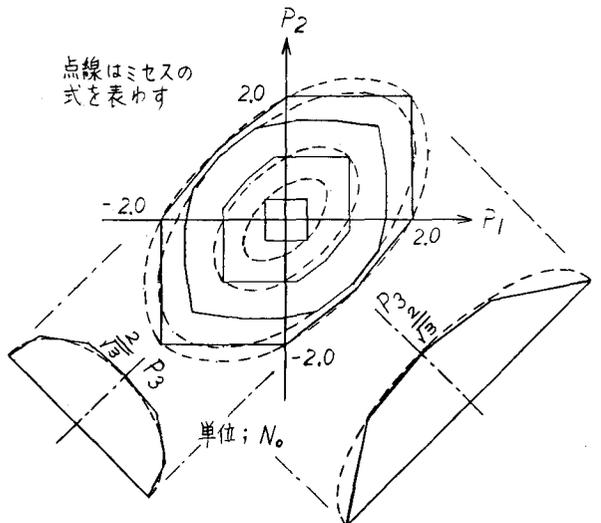


図4 ラーメン相似による降伏曲面