I-74　マスコンクリート構造物の固有応力制御法について

京都大学大学院　学生員○和田隆之
京都大学工学部　正　員　丹羽義次
京都大学工学部　正　員　福井卓雄

1. まえがき　近年、コンクリート構造物はますます巨大化の傾向にあり、一方では工期の短縮が施工上の重要な課題とされている。しかし、ダム等に代表されるマスコンクリート構造物では、セメントの水和熱による温度上昇が大きく、材令の経過と温度変化に伴うコンクリートの膨張収縮、応力緩和、クリープなどによって内部に応力が発生する。これを固有応力という。もし生じた引張応力がコンクリートの引張強度を超過するならば、ひびわれが発生し、このひびわれは構造物の安全と耐久性に重大な影響を及ぼす。この固有応力発生に影響を与える要因とそれに対する外部変数を図-1に示す。

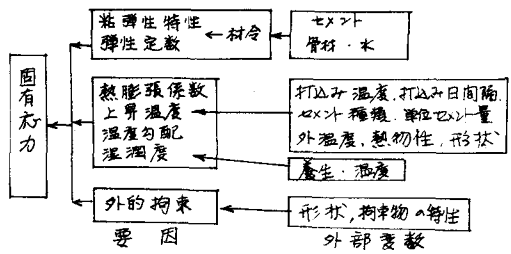
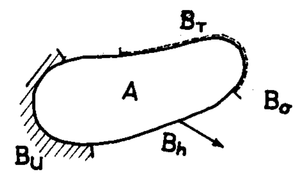


図-1. 固有応力の要因と外部変数

マスコンクリート構造物において、このようなひびわれを防止調節するためには（最高上昇温度－最終安定温度）をできるだけ小さくすることが現在とられている基本的な考え方である。これは他の要因を規制するよりも比較的容易であり、かなり有効な方法である。それには次のような方法が考えられる。a)単位セメント量の減少　b)表面からの自然熱放散を十分に行なう　c)打込み温度の規制　d)打込み後の人工冷却。しかしながら、これらの方法は温度規制であって、コンクリートの固有応力についての研究は少ないために、温度制御が固有応力に与える影響はほとんど知られていない。従って、応力の立場からこれらの温度制御の効果を知ることは設計施工の上からも重要であると考える。有限要素法は、このような複雑な特性を有する材料の応力解析に対して有力であり、材料に適した構成式を与えることによって解析の精度が期待できる。さらに 1) 不均質, 異方性体の取り扱いが容易　2) 任意の境界条件に適用が可能　3) 一般の境界値問題への応用も可能　などの利点を有している。本研究では、コンクリートを水和熱を発生する熱伝導体ならびに成長（エイジング）特性をもつ粘弾性体と仮定して、連成問題として有限要素法を用いてマスコンクリート構造物内部の温度分布と固有応力を追跡し、それに対する温度制御法の効果を考察する。

2. モデル化および基礎方程式　モデル化は次のようである (1) 材料は均質 (2) コンクリートは打設後水和過程で発熱する (3) コンクリートは打設後、材令により弾性係数, クリープの性質が変化する。(4) 線形熱伝導 (5) 線形粘弾性, 準静的で変位は微小



[I] 熱伝導境界値問題

$$h_i(t) = -k_{ij}\frac{\partial T(t)}{\partial x_j} \qquad -\frac{\partial h_i(t)}{\partial x_i} + g(t) = \rho C\frac{\partial T(t)}{\partial t} \qquad (1)$$

$$T(t) = \hat{T}(t) \ \text{on}\ B_T \qquad k_{ij}\frac{\partial T(t)}{\partial x_j} + \alpha T(t) - \beta = 0 \ \text{on}\ B_h$$

[II] 粘弾性境界値問題

$$\frac{\partial \sigma_{ij}(t)}{\partial x_j} + X_i = 0 \qquad e_{ij}(t) = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)(t) \qquad \text{構成式}\ e_{ij}(t) = f(\sigma_{ij}(t), T(t), g_\alpha) \qquad (2)$$

$$n_j \sigma_{ij}(t) = \hat{T}_i(t) \ \text{on}\ B_\sigma \qquad u_i(t) = \hat{g}_i(t) \ \text{on}\ B_u$$

3. 構成式の決定　固有応力の解析を行なうにはコンクリートの短長期にわたるクリープを含んだ構成式が必要であるが、エイジング効果をもつクリープ特性を的確に捉えた構成モデルを作ることは難しい。それはクリープひずみが応力履歴に線形的に依存すると十分に仮定できても、材令やその他の要因の履歴に対しては非線形であるからである。ここではアプローチの一方法として、構成モデルを実験値から決定する手法について述べ

る[1]。まず対象とするクリープ特性に関して次のことを仮定する。(1) 考えている応力範囲ではクリープひずみは応力履歴の線形汎関数である (2) ひずみは瞬間ひずみ，遅延弾性ひずみ，非回復ひずみに分けられる。(3) クリープのメカニズムは材令と温度の影響をうける。

簡単のために一次元で扱うことにする。状態変数を $\sigma, T, q_\alpha\ (\alpha=1,2,\cdots n)$ とする。ここで σ は応力、T は温度、q_α は内部変数である。この内部変数を用いてひずみは，

$$e(t) = \sigma(t)/E + \alpha T(t) + \sum_{\alpha=1}^{n} A_\alpha q_\alpha(t) \qquad (3)$$

と表わせる。q_α は互いに独立であるとして，移行方程式は

$$G_\alpha \dot{q}_\alpha(t) + D_\alpha q_\alpha = A_\alpha \sigma(t) + B_\alpha T(t) \qquad (\alpha=1,2,\cdots n) \qquad (4)$$

となる。エイジング効果を考えるとき係数は全て時間に依存する。(4)式を解いて(3)式は最終的に次の形になる。

$$e(t) = e^E(t) + e^T(t) + e^F(t) + e^D(t) \qquad (5)$$

ここで

$$e^E(t) = \sigma(t)/E[T(t),t] \qquad e^T(t) = \alpha[T(t),t]\,T(t)$$

$$e^F(t) = A_1^2 \int_{t_0}^{t} \Psi[T(\tau),\tau]\,\sigma(\tau)\,d\tau \qquad e^D(t) = \sum_{\alpha=2}^{n} A_\alpha^2 \int_{\xi_0}^{\xi_t} e^{-D_\alpha(\xi_t-\xi_\tau)}\,\sigma(\xi_\tau)\,d\xi_\tau \qquad (6)$$

ここで ξ_t は effective time と呼ばれ，次式で与えられる。 $\xi_t = \int_{t_0}^{t} \Phi[T(s),s]\,ds$ (7)

(6)(7)式で A_α, D_α は未定定数，Ψ, Φ は未定関数である。Ψ, Φ に適当な関数形を仮定して，材令・温度の条件をかえたクリープ試験データーに最も適合するように未定定数の値を決定する。

4 数値計算法

3. で述べた方法で決定された構成式を有限要素法に適用するために時間間隔 $\Delta_j t$ の増分形で表わす。

$$\Delta_j e = \Delta_j e^E + \Delta_j e^T + \Delta_j e^F + \Delta_j e^D \qquad (8)$$

ここで

$$\Delta_j \sigma = E(t_j)\Delta_j e^E + \Delta_j E(t_j)\,e^E$$

$$\Delta_j e^T = \alpha[T(t_j),t_j]\,\Delta_j T + \cdots$$

$$\Delta_j e^F = A_1^2\,\sigma(t_j^*)\,\Psi[T(t_j^*),t_j^*]\,\Delta_j t \qquad (t_{j-} \leq t_j^* \leq t_{j+})$$

$$\Delta_j e^D = \sum_{\alpha=2}^{n} [\mu_j + \Delta_j K]_\alpha$$

$$\mu_j = (e^{-D_\alpha \Delta_j \xi} - 1)\left[\frac{e^{-D_\alpha \Delta_{j-1}\xi}}{e^{-D_\alpha \Delta_{j-1}\xi} - 1}\mu_{j-1} + \Delta_{j-1}K\right]$$

$$\Delta_j K = \frac{A_\alpha^2}{D_\alpha}\,\sigma(t_j^*)\,[1 - e^{-D_\alpha \Delta_j \xi}]$$

5. 非定常熱伝導方程式の有限要素法による時間空間離散化

材料の熱伝導特性が等方性である場合，境界 B_T 上の境界条件を満たす任意の δT に対して次式を汎関数とする。

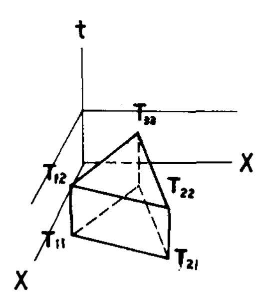
$$\delta J = \int^{t}\!\!\int_A \left[\rho C \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x_i}\left(k\frac{\partial T}{\partial x_i}\right) - g\right]\delta T\, dA\,dt = 0 \qquad (9)$$

部分積分を行ない，

$$\delta J = \int^{t}\!\!\int_A \left[\left(\rho C\frac{\partial T}{\partial t} - g\right)\delta T + k\frac{\partial T}{\partial x_i}\frac{\partial(\delta T)}{\partial x_i}\right] dA\,dt - \int^{t}\!\!\int_{\partial A} k\frac{\partial T}{\partial n}\,ds\,dt = 0 \qquad (10)$$

領域を空間分割し，要素の形状関数を L_i とする。時間座標も分割し，区間内では T は線形であると仮定する。形状関数を $M_k\ (k=1,2)$ とする。すると温度は $T(x,t) = L_i M_k T_{ik}$ と表わせる。ここで T_{ik} は節点での値である。これを(10)式に代入し，任意の δT に対して成り立つことから次式が要素において成り立つ。

$$K_{ij}^{(2)} T_{j2} = Q_i - K_{ij}^{(1)} T_{j1} \qquad (11)$$



ここで境界に接していない要素については

$$K_{ij}^{(1)} = \frac{1}{6}\tau k \int_A \frac{\partial L_i}{\partial x^\alpha}\frac{\partial L_j}{\partial x^\alpha}dA - \frac{1}{2}\rho C\int_A L_i L_j\,dA \qquad K_{ij}^{(2)} = \frac{1}{3}\tau k\int_A \frac{\partial L_i}{\partial x^\alpha}\frac{\partial L_j}{\partial x^\alpha}dA + \frac{1}{2}\rho C\int_A L_i L_j\,dA$$

$$Q_i = \int_A L_i\,dA \int_{t_1}^{t_2} g(t)\,M_2\,dt \qquad (12)$$

境界条件としては境界 B_T 上の節点については温度を割りつければよい。境界 B_h に接する要素については(11)式に次式を重ね合わせればよい。

$$\left[\frac{1}{3}\alpha\tau\int_{B_h} L_i L_j\,ds\right]T_{j2} = \frac{1}{2}\tau\beta\int_{B_h} L_i\,ds - \left[\frac{1}{6}\alpha\tau\int_{B_h} L_i L_j\,ds\right]T_{j1} \qquad (13)$$

6. おわりに

連成問題のように全く異なる場を取り扱うときも、結局剛性マトリックスが異なるという以外は同じ取り扱いができる点でも有限要素法は有利である。古いコンクリートの上に打ち継いだコンクリートブロックの2次元場での固有応力の数値計算例やその他の計算結果ならびに考察は当日に発表する。

(参考文献) 1) J.H. Argyris, K.S. Pister, J. Szimmat & K.J. Willam; Unified Concept of Constitutive Modelling and Numerical Solution Method for Concrete Creep Problem, Computer Methods in Appl. Mech. and Eng. 10 (1977) 199–246