I-70　演算子法に基づいた＜平均値＞有限要素解析

信州大学　学生員　○友永則雄
信州大学　正　員　谷本勉之助
(株)メルコム・オキダック・システムズ　〃　長谷正和

1．はじめに　一般の有限要素理論では要素相互の連結が節点によりなされているが，本法に於ては要素境界に着目して，要素の各辺長に渡る変位・力ベクトルの平均量を取り扱うことで，変位の適合性・力の釣り合い条件を要素辺上で考慮している．要素境界辺に注目したことによる自由度の増大に併せて，平均量を扱うための辺上での線積分が精度の向上をもたらすことが期待される．ここでは平面応力問題への適用例を述べる．

2．解析の概要

i）変位ベクトル，力ベクトルの仮定

$$\mathbb{U}(x,y)=\begin{bmatrix}u\\ v\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & x & y & x^2+\lambda y^2 & 0 & 0 & 0 & -\frac{2(2+\mu(1-\nu))}{1+\nu}xy\\ 0 & 0 & 0 & -\frac{2(2+\lambda(1-\nu))}{1+\nu}xy & 1 & x & y & \mu x^2+y^2\end{bmatrix}\mathbb{X}-\frac{2(1-\nu)}{E}\begin{bmatrix}0 & xy\\ xy & 0\end{bmatrix}\mathbb{K}=\mathbb{P}(x,y)\mathbb{X}+\mathbb{A}(x,y)\mathbb{K},\quad\text{---}(1a)$$

$$\mathbb{V}(x,y)=\{N_x,N_y,N_{xy}\}=\mathbb{Q}(x,y)\mathbb{X}+\mathbb{B}(x,y)\mathbb{K},\quad\text{------}(1b)$$

ここに$\mathbb{X}$は(8×1)の固有マトリクス，$\mathbb{K}$は物体力ベクトルである．式(1a)は周知の基礎D.E.を満足している．

ii）平均変位ベクトル，平均力ベクトル　これらを次式で定義する（図1を参照のこと）．

$$\overline{\mathbb{U}}^1=\frac{1}{2a}\int_{-a}^{a}\mathbb{U}(x,-b)dx,\quad \overline{\mathbb{U}}^2=\frac{1}{2b}\int_{-b}^{b}\mathbb{U}(a,y)dy,\quad \overline{\mathbb{U}}^3=\frac{1}{2a}\int_{-a}^{a}\mathbb{U}(x,b)dx,\quad \overline{\mathbb{U}}^4=\frac{1}{2b}\int_{-b}^{b}\mathbb{U}(-a,y)dy.\text{---}(2a)$$

$$\overline{\mathbb{V}}^1=\frac{1}{2a}\int_{-a}^{a}\mathbb{V}(x,-b)dx,\quad \overline{\mathbb{V}}^2=\frac{1}{2b}\int_{-b}^{b}\mathbb{V}(a,y)dy,\quad \overline{\mathbb{V}}^3=\frac{1}{2a}\int_{-a}^{a}\mathbb{V}(x,b)dx,\quad \overline{\mathbb{V}}^4=\frac{1}{2b}\int_{-b}^{b}\mathbb{V}(-a,y)dy.\text{---}(2b)$$

式(2a,b)から$\mathbb{X}$を消去すると次のkey equationを得る．

$$\overline{\mathbb{V}}^i=\lfloor\alpha\ \beta\ \gamma\ \delta\rfloor^i\begin{bmatrix}\overline{\mathbb{U}}^1\\ \overline{\mathbb{U}}^2\\ \overline{\mathbb{U}}^3\\ \overline{\mathbb{U}}^4\end{bmatrix}+p^i\mathbb{K}.\quad(i=1,2,3,4)\text{---}(3)$$

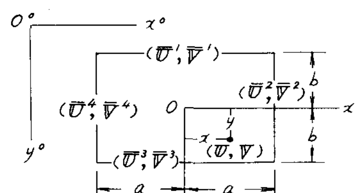

図1

iii）要素の境界に於る力の釣合条件と3軸マトリクス方程式

図2を参照すれば，辺[r,s]及び辺[r,s]′に於いて次の釣合い条件式が成立する．

$$\mathbb{R}\overline{\mathbb{V}}^1_{rs}-\mathbb{R}\overline{\mathbb{V}}^3_{rs-1}=0,\quad \mathbb{R}'\overline{\mathbb{V}}^4_{rs}-\mathbb{R}'\overline{\mathbb{V}}^2_{r-1s}=0.\quad\text{------}(4)$$

上式に式(3)を代入して整理した後，s方向に集約すると，第r−ブロックに於けるブロック変位方程式を得る．

$$\lfloor\mathbb{A}\ \mathbb{B}\ \mathbb{C}\rfloor_r\{\mathbb{W}_{r-1},\mathbb{W}_r,\mathbb{W}_{r+1}\}+\mathbb{D}_r=0,\quad\text{------}(5)$$

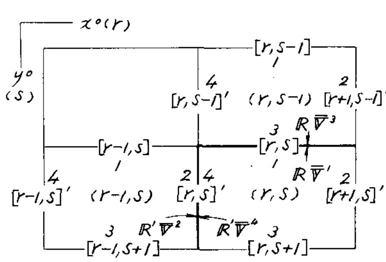

図2

ここに$\mathbb{W}_r$は未知平均変位ベクトルから成る列ベクトルである．式(5)を更にr方向に集約して全平均変位ベクトルを未知量とする3軸方程式を得るので，これを漸化的に処理する．

3．あとがき

ここでは長方形要素を用いたが，任意四辺形要素への拡張は容易である．また本手法を他の構造系に適用することも可能であり目下試行中である．数値結果例は講演会当日発表の予定である．