I-65　応力分配法と積分法の併用による３次元弾性問題の１数値解析

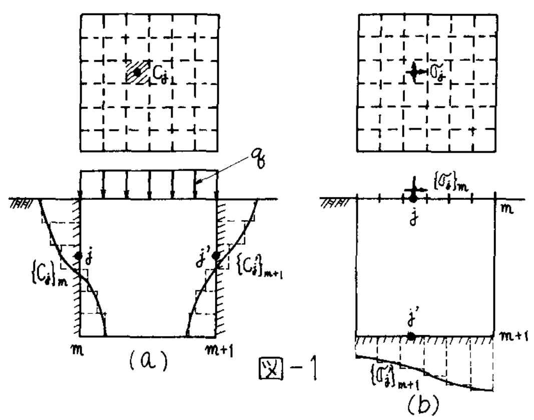
大阪工業大学　正員　岡村宏一

東洋技研コンサルタントＫＫ　正員　島田　功

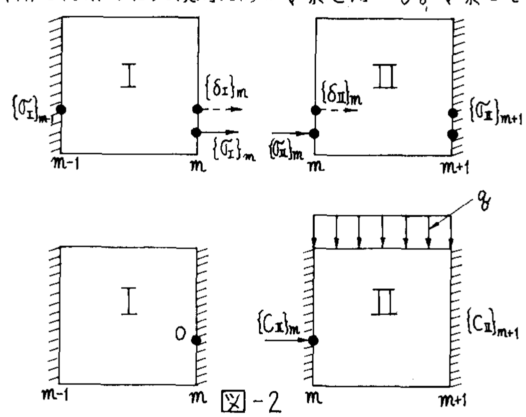
大阪工業大学　学生員○今中富博

1　まえがき：　筆者はここ数年来，境界選点法，ならびに内部選点法を用いた積分法に属する１解法によって種々の３次元問題を扱ってきた。この種の解法は素解として解析解を用いるので，有用な素解の開発と相まって未知量を制約し精度を高め得る利点を持っている。しかしながら比較的簡単な形態の構造を扱う場合はともかく，複数個の部材が結合し，多くの境界面を持つようなより複雑な構造を扱う場合には，さらに解析上の工夫を重ねる必要がある。このような観点に立って，今回は初期的なデータではあるが，応力分配法と積分法を併用した１つの解法による３次元問題の解析例について報告する。本解法は，たとえばたわみ角法における固定モーメント法に相当するもので，イテラチオン方式の利点を追求することになるが，解析解を用いた比較的大形の３次元要素の導入法，実用上容認される精度の範囲内での特異点の処理，工学的な判断による１次元，あるいは２次元要素の挿入法などについて検討を加える必要がある。

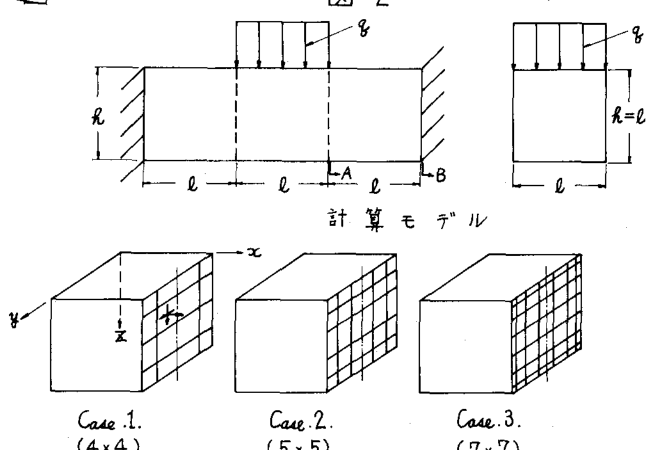
2．解法と解析データ：　本解法では前述のように解析解を利用した比較的大形の要素を用いる。要素として



図－1



図－2



計算モデル

要素とその面の分割

図－3

１～５の固定面を持った直方体を考える。図－1(a)は，本例に用いた要素で，素解として Boussinesq，Cerruti，Mindlin 解を用いて半無限体より切り出したものである。ここで図－1(a) は表面荷重(q)を受け，相対２面(m, $m+1$)が固定，他の面が自由の直方体要素で，固定面は図のように有限な小領域に分割され，それぞれの中心に選点(j)をとる。またこの領域における応力成分$\{C_j\}$は，平均値によって評価される。$\{C_j\}$はたわみ角法における固定モーメントに相当する。つぎに同図(b)の要素は，面($m+1$)のみを固定し，表面(m)に３方向の力$\{\sigma_j\}_m$を受け，他のすべての面は自由で，m，$m+1$の２面について同様の分割を行ない，

それぞれの選点(j)に作用する応力成分はその領域における平均値によって与える。

つぎに図-2を参照して要素(I,II)の接合について述べる。要素IIは荷重gを受けており，接着面(m)の各選点に図-1(a)の要素から定まる固定応力$\{C_{II}\}_m$が与えられる。いま面(m)の変位成分$\{\delta\}$を図-1(b)の要素に対応させて定めると

$$\{\delta\}=[\alpha]\{\sigma\} \quad \text{および} \quad \{\sigma\}=[\beta]\{\delta\}$$

応力分配はm以外のすべての接着面を固定したとき

$$\{\sigma_I\}_m+\{\sigma_{II}\}_m = [\beta_I]\{\delta_I\}_m+[\beta_{II}]\{\delta_{II}\}_m = -\{C_{II}\}_m$$

さらに$\{\delta\}$の連続より

$$\{\sigma_I\}_m=-[\beta_I][\beta_I+\beta_{II}]^{-1}\{C_{II}\}_m=[K_I]\{C_{II}\}_m$$

$$\{\sigma_{II}\}_m=-[\beta_{II}][\beta_I+\beta_{II}]^{-1}\{C_{II}\}_m=[K_{II}]\{C_{II}\}_m$$

ここで[K]は分配率である。さらに図-1(b)の要素によって固定応力

$$\{\sigma_I\}_{m-1}=[\mu_I]\{\sigma_I\}_m$$
$$\{\sigma_{II}\}_{m+1}=[\mu_{II}]\{\sigma_{II}\}_m$$

が与えられる。[μ]は到達率である。

このようにして面(m)の第1回の解除が行われ，他の面の固定応力が修正される。それ以後の手順は固定モーメント法と同様にイテラチオン方式によって行われる。

図-3は本例の計算モデルで，図-1の要素を用いた初期的な例題であるが，接合面の分割を変えて応力の収束の模様を調べてみた。図-4は(7×7)の分割の場合の収束の状態を示しているが，接合面の応力は実用的には数回の操作で収束している。なおこのような収束の傾向は他の粗い分割の場合(4×4,5×5)でも同様であった。しかし応力の収束値自体には分割の粗密によって若干の差異がみられる。(図-5)，固定面では，はり理論に比較して非平面保持の傾向が現われ，幅方向にも変化が見られる。またたわみはせん断変形を考慮したはり理論のものにほとんど近い。(図-6：ω)

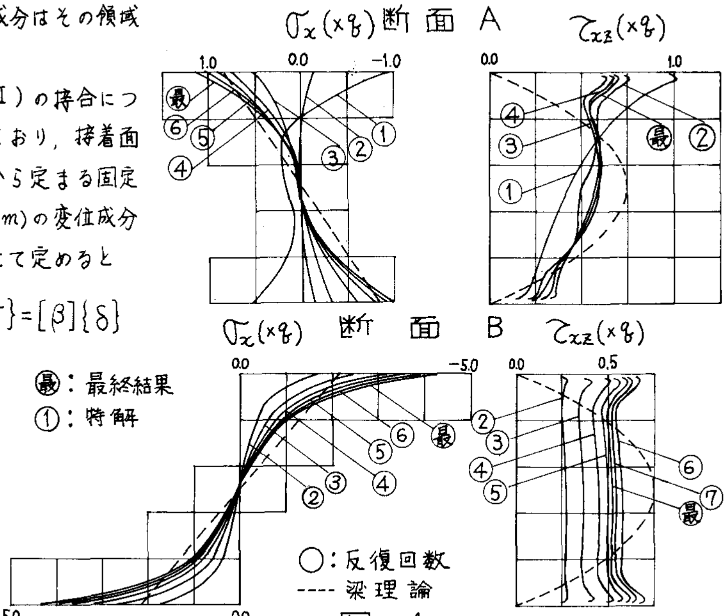


図-4

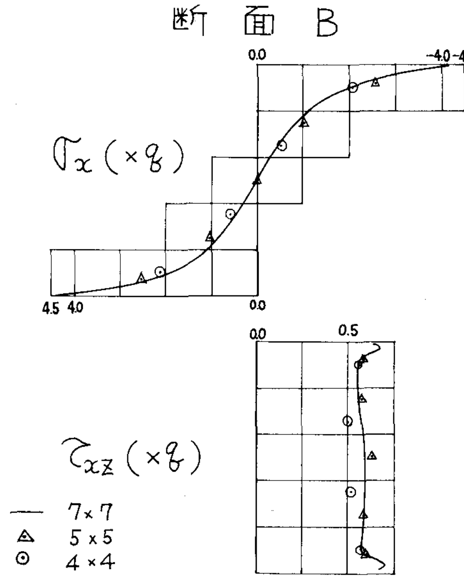


図-5

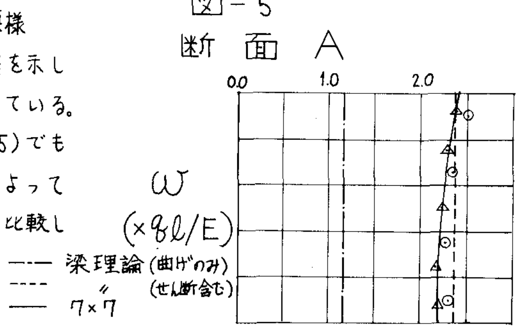


図-6