

東洋エンジニアリング(株) 正員 田 巻 雅
 北海道大学 正員 芳 村 仁
 北海道大学 正員 三 上 隆

1. まえがき 大型円筒形タンクが建設されるようになり、温度変化による温度応力の算定は、減圧による応力とともに重要な問題であり、また基礎地盤の変形と底板および側壁の応力、変形との相関性を明らかにすることは、軟弱地盤上に建設されることの多いこの種のタンクの設計上および安全上必要のことである。

軸対称問題については昨年報告したが、本報告では複雑な非軸対称温度分布に対する解析が可能のように、地盤バネ支持円板および側壁を有限帯板法により解析し、温度応力および基礎地盤係数がタンクの挙動に与える影響について検討を加えたいものである。

2. 解析理論 解析にあたって、変形、温度分布は円周方向にフーリエ級数展開できるものとする。

a) 底板要素について 図-1の底板要素の変位関数として次式を定義する。

$$\left. \begin{aligned} u_n &= \left[\left(1 - \frac{R}{r}\right) u_{in} + \frac{R}{r} u_{jn} \right] \cos n\theta \\ v_n &= \left[\left(1 - \frac{R}{r}\right) v_{in} + \frac{R}{r} v_{jn} \right] \sin n\theta \\ w_n &= \left[\left(1 - \frac{3}{4}R^2 + \frac{1}{4}R^3\right) w_{in} + b(R - R^2 + \frac{1}{4}R^3) \cdot 3\epsilon_n \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{3}{4}R^2 - \frac{1}{4}R^3\right) w_{jn} + b\left(\frac{1}{4}R^2 - \frac{1}{4}R^3\right) \cdot 3\epsilon_n \right] \cos n\theta \end{aligned} \right\} (1)$$

マトリクス表示して $U = N \cdot d$ (2)

ここに、 $R = \frac{r - r_i}{b}$, $b = \frac{r_j - r_i}{z}$ 底板要素のひずみ-変位関係式は次式で与えられる。

$$e = \{\epsilon_r, \epsilon_\theta, \epsilon_{r\theta}, -\chi_r, -\chi_\theta, -\chi_{r\theta}\}^T \quad (3)$$

ここに $\epsilon_r = \frac{\partial u}{\partial r}$, $\epsilon_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{u}{r}$, $\epsilon_{r\theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{v}{r}$,

$$\chi_r = \frac{\partial w}{\partial r}, \chi_\theta = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial w}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial r} \right), \chi_{r\theta} = \left(\frac{\partial w}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} \right)$$

(2)式を代入して $e = \sum_{n=0}^{\infty} e_n = \sum_{n=0}^{\infty} B_n \cdot d_n$ (4)

応力-ひずみ関係式は

$$\begin{Bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_\theta \\ \tau_{r\theta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{rr} & E_{r\theta} & 0 \\ E_{r\theta} & E_{\theta\theta} & 0 \\ 0 & 0 & G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_r - \alpha T \\ \epsilon_\theta - \alpha T \\ \epsilon_{r\theta} \end{Bmatrix}$$

ここに、 $E_{rr} = E_{\theta\theta} = \frac{E}{1-\nu^2}$, $E_{r\theta} = \frac{\nu E}{1-\nu^2}$, $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$

T = 温度変化(初期無ひずみ無応力状態からの温度変化)

(5)式より断面力は次式で表わされる。

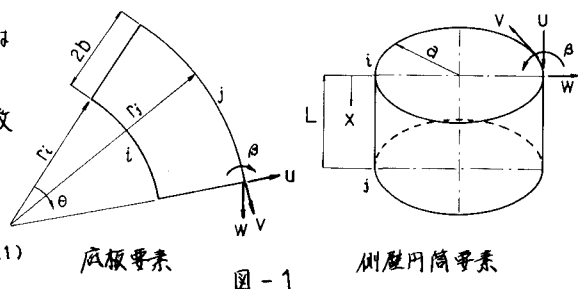
$$Q = D \cdot (e - \epsilon_T) \quad (6)$$

$$Q = \{N_r, N_\theta, N_{r\theta}, M_r, M_\theta, M_{r\theta}\}^T \quad (7)$$

$$e_T = \{\alpha N_r, \alpha N_\theta, 0, \alpha M_r, \alpha M_\theta, 0\}^T \quad (8)$$

$N_r = \frac{p}{2\pi R} \int_0^L \frac{1}{r} T_n(r, z) dz$, $M_r = \frac{p}{2\pi R} \int_0^L \frac{1}{r} T_n(r, z) z dz$ (9)

要素のひずみエネルギーは水平地盤反力係数、鉛直地盤反力係数をそれぞれ E_{ku} , E_{kv} , E_{kw} として次式で与え



られる。

$$U_p = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} d_n^T \left(\int_{r_i}^{r_j} B_n^T D B_n \cdot d_n r d\theta - 2 \int_{r_i}^{r_j} B_n^T D \cdot e_{in} r d\theta \right) + \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} d_n^T \left(\int_{r_i}^{r_j} N_n^T E_k N_n \cdot d_n r d\theta + \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \int_{r_i}^{r_j} e_n(T) r d\theta \right) \quad (10)$$

ここに

$$E_k = \begin{bmatrix} E_{ku} & 0 & 0 \\ 0 & E_{kv} & 0 \\ 0 & 0 & E_{kw} \end{bmatrix} \quad (11)$$

ポテンシャルエネルギー最小の原理より

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\partial U}{\partial d_n} = \sum_{n=0}^{\infty} \int_{r_i}^{r_j} (B_n^T D B_n + N_n^T E_k N_n) \cdot d_n r d\theta - \sum_{n=0}^{\infty} \int_{r_i}^{r_j} B_n^T D \cdot e_{in} r d\theta = 0 \quad (12)$$

上式から剛性マトリクス K 、温度分布による等価熱荷重

Q_f は次式で与えられる。

$$K_n = \int_{r_i}^{r_j} (B_n^T D B_n + N_n^T E_k N_n) r d\theta \quad (13)$$

$$Q_{fn} = \int_{r_i}^{r_j} B_n^T D \cdot e_{in} r d\theta \quad (14)$$

b) 側壁円筒要素について 変位関数は次式で定義される。

$$\left. \begin{aligned} u_n &= \left[(1-\xi) u_{in} + \xi u_{jn} \right] \cos n\theta, u_\theta = \left[(1-\xi) v_{in} + \xi v_{jn} \right] \sin n\theta \\ w_n &= \left[(1-3\xi^2 + 2\xi^3) w_{in} + L(\xi - 2\xi^2 + \xi^3) \beta_{in} \right. \\ &\quad \left. + (3\xi^2 - 2\xi^3) w_{jn} + L(\xi^2 - \xi^3) \beta_{jn} \right] \cos n\theta \end{aligned} \right\} (15)$$

ここに、 $\xi = z/L$ 円筒要素のひずみ-変位関係式は

$$e = \{\epsilon_x, \epsilon_\theta, \epsilon_{x\theta}, -\chi_x, -\chi_\theta, -\chi_{x\theta}\}^T \quad (16)$$

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \epsilon_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{u}{r}, \epsilon_{x\theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{v}{r}$$

$$\chi_x = \frac{\partial w}{\partial x}, \chi_\theta = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial w}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial r} \right), \chi_{x\theta} = \left(\frac{\partial w}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} \right)$$

底板と同様に応力-ひずみ関係式を用いて断面力を導くと $\sigma = D \cdot (e - e_T)$ (17)

$$\sigma = \{N_x, N_\theta, N_{x\theta}, M_x, M_\theta, M_{x\theta}\}^T, e_T = \{\alpha N_T, \alpha N_T, 0, \alpha M_T, \alpha M_T\}^T$$

$$N_T = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{k} \int_0^{\frac{\pi}{2}} T_n(x, \theta, z) dz, M_T = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{k} \int_0^{\frac{\pi}{2}} T_n(x, \theta, z) z dz$$

剛性マトリクスおよび等価熱荷重 Q_f は次式で与えられる。

$$K_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} B_n^T \cdot D \cdot B_n r L d\theta dz \quad (18)$$

$$Q_{fn} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} B_n^T \cdot D \cdot e_{Tn} r L d\theta dz \quad (19)$$

c) 熱荷重について 側壁、底板ともに円筒周方向温度分布を図-2

の様に仮定し次式で表わす。 $T(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos n\theta$ (20)

要素内任意点での温度を底板、側壁それぞれ次式で仮定する。

$$T_n(\theta) = (A_{1n} + A_{2n}z)(Rb + r_i) + A_{3n} + A_{4n}z \quad (21)$$

$$T_n(\theta) = (B_{1n} + B_{2n}z)L + B_{3n} + B_{4n}z \quad (22)$$

ここに z は中立面よりの距離。また、 $A_{1n} \sim A_{4n}, B_{1n} \sim B_{4n}$ は要素の両端 (i, j 節線) での板の上下面の温度分布から求められる定数である。節線円周方向温度分布は次式で仮定する。

$$-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} \text{ で } T(\theta) = T_{const} + T_0 \cos \theta \quad \frac{\pi}{2} < \theta < \frac{3\pi}{2} \text{ で } T(\theta) = T_{const}$$

3. 計算例 材料定数として $E = 2.1 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2, \nu = 1/6, \alpha = 10^{-5}$ 。側壁の高さ $h = 1530 \text{ cm}$ 、半径 $a = 800 \text{ cm}$ 、側壁、底板の厚さは 25 cm とし、底板は 80 分割、側壁は 120 分割で解析を行った。図-3 は温度分布として内壁表面を 0°C 、外壁表面では $T_{const} = 0^\circ\text{C}$ 、 $T_0 = 15^\circ\text{C}$ とし、側壁上端部の半径方向変位 W を示している。図-4 はモーメント分布を図-5 は $0^\circ - 180^\circ$ 断面での変位を図示している。さらに、図-6 で、種々の地盤反力係数における底板の鉛直変位および側壁の半径方向変位を図示しているが、地盤が剛になるに従い側壁の変位が小さくなることわかる。

0.3509 0.3103 -0.0242

-0.1175 0.1812 0.2464

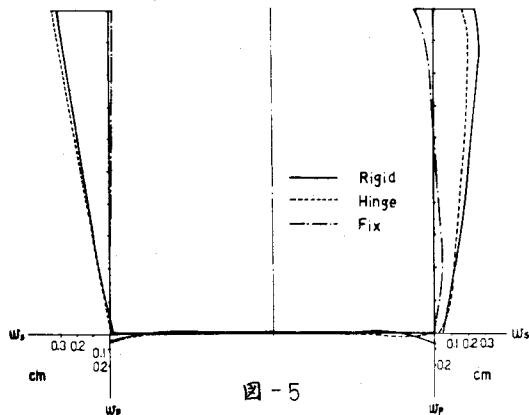


図-5

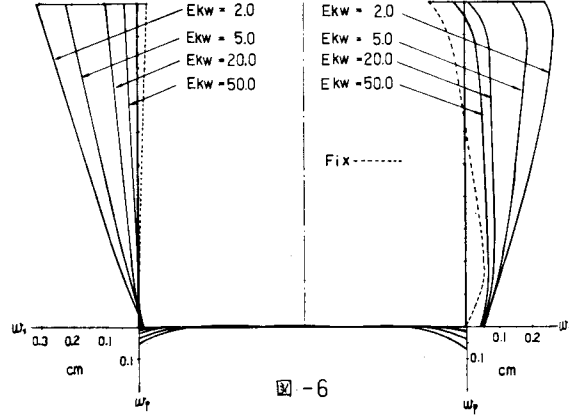


図-6

参考文献 1) 三上隆, 芳村仁; 弾性床上的円筒形タンクの温度応力について, オ31回全国大会概要集オ1部 1976
2) M.S. CHENG, Y.K. CHENG; Analysis of Curved Box Girder Bridges by Finite Strip Method, IABSE, 31-I, 1971
3) 岩根 敏広, 松尾滋, 栗原千鶴子; 薄肉円筒型ル要素を用いた有限要素法とその応用 電研報告, 研究報告 71012