

北海道大学 正員 三上 隆  
 北海道大学 正員 芳村 仁  
 北海道大学 正員 福士 彰二

1) まえがき 近年、大型円筒形タンクが建設されるようになり、その安全性についての問題が大きく取り上げられるようになってきた。タンクの主要構造は底板及び側板よりなっており、また立地条件から臨海埋立地に建設される比較的柔軟な基礎上に設置されており、タンクの荷重は基礎地盤の挙動との関連で二つを全体にて一つの系として検討を加えることが望まれる。従来のこの問題に対する解析的研究は、底板に作用する地盤反力を巾板数に仮定して研究<sup>1)</sup>、大型円筒形タンクを対象にしたタンク底盤角部の応力解析を試みた研究<sup>2),3)</sup>等がある。本報告は、一様な弾性地盤上の底板及び側板による、液圧及び内外の温度差を受ける円筒形タンクの仕様点の応力を求めうる解式を説明し、又仕様の底板断面を有する大型円筒形タンクに適用できるよう、解式を整理したものである。

2) 解析方法 解析にあたって微小変形、軸対称変形を仮定し、底板(弾性基礎(Winkler型基礎)上の円板とする。側板、底板部の基礎方程式は以下で与えられる。

側板部Kについて、

$$\frac{d^2w}{dr^2} + 4B^2 w = -E \times T / \alpha D - (E \times \delta / k_s) \left( \frac{dT}{dr} \right) - r(l-s)/D \quad (1)$$

ここで、  $D = E h^3 / (2(1-\nu^2))$ ,  $B^2 = 3(1-\nu^2)/\alpha^2 h^2$ ,  $T = \int_0^l T dr$

$\delta = \frac{\nu}{1-\nu}$  で  $T$  = 温度分布,  $\delta$  = 側板の線膨張係数

$E$  = 弹性係数,  $\alpha$  = 板厚,  $a$  = 半径,  $l$  = 側板長

$\gamma$  = 密度,  $N_s$  = 地盤反力比である。

底板部Kについて

$$\frac{d^2w}{dr^2} + (1/\nu) \left( \frac{du}{dr} \right) - u/r = (E \times \delta / k_s) \left( \frac{dT}{dr} \right) \quad (2)$$

$$B_p \left\{ \frac{d^2w}{dr^2} + (2/\nu) \left( \frac{du}{dr} \right)^2 - (1/\nu) \left( \frac{d^2u}{dr^2} \right) + (1/\nu) \left( \frac{du}{dr} \right)^2 \right\} + k_s w_p = T_p - (E \times \delta / k_s) \left( \frac{dT}{dr} \right) \quad (3)$$

ここで、  $k_s$  = 地盤反力係数,  $E_p$  = 弹性係数,  $d$  = 板厚,

$\nu$  = 線膨張係数,  $\alpha_p$  = 線膨張係数

断面力は例えず、底板部Kについては次式で求められる。

$$\begin{aligned} M_r &= -B_p \left\{ \frac{d^2w}{dr^2} + (1/\nu) \left( \frac{du}{dr} \right)^2 - E_p \times \delta / k_s \right\} \\ M_B &= -B_p \left\{ \frac{d^2w}{dr^2} + (1/\nu) \left( \frac{du}{dr} \right)^2 - E_p \times \delta / k_s \right\} \\ N_r &= -k_s \left\{ \frac{du}{dr} + \nu p \frac{du}{dr} \right\} - E_p \times \delta / k_s \quad (4) \\ N_B &= -k_s \left\{ \frac{du}{dr} + \nu p \frac{du}{dr} \right\} - E_p \times \delta / k_s \\ Q_r &= -B_p \left\{ \frac{d^2w}{dr^2} + (1/\nu) \left( \frac{du}{dr} \right)^2 - (1/\nu) \left( \frac{d^2u}{dr^2} \right) \right\} \\ &\quad - (E_p \times \delta / k_s) \left( \frac{dT}{dr} \right) \end{aligned}$$

ここで、  $B_p = E_p h^3 / (2(1-\nu^2))$ ,  $k_s = E_p d / (1-\nu^2)$

温度分布は官報<sup>4)</sup>、自治区告示第二十二号の第四条、十八の三温度変化の影響は既載する危険物の最高液\*

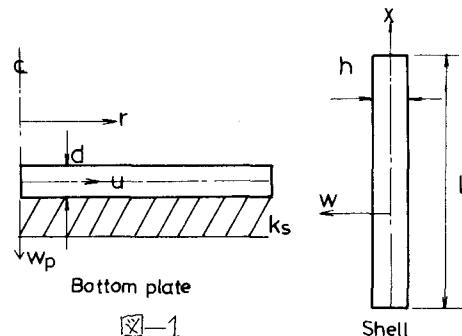


図-1

\*と当該特定屋外貯蔵タンクを設置する地盤における年間平均気温との差とし-----を考慮し。

側板部Kについて、  $T = a_0 + a_1 r + a_2 r^2$ ,  $T_p = b_0 + b_1 r + b_2 r^2$  ----- (5)

底板部Kについて  $T_p = a_3 + a_4 r^2$ ,  $T_p = b_3 + b_4 r^2$  ----- (6)

ここで、  $a_0, a_1 \sim b_3, b_4$  は側板、底板部内外の温度分布式まる定数で、  $b_0, b_1, b_2$  がタンク内外の一定温度差を表す。基礎方程式(1),(2),(3)の解は

$$w = A_1 \cos \beta r \cosh \beta x + A_2 \sin \beta r \sinh \beta x + A_3 \cosh \beta x \sinh \beta r + A_4 \sin \beta x \times \sinh \beta r - r(l-s) \partial^2 w / \partial h^2 - \alpha \times S / h - 2 \alpha \times \partial^2 w / \partial h^2 - \nu s \quad (7)$$

$$\alpha_p = B_1 b_0 r \xi + B_2 b_1 r \xi + \{ \gamma l - 4 E_p \alpha_p \delta / (1-\nu^2) \} / k_s \quad (8)$$

$$u = C_1 r + (1+\nu) \alpha_p \delta / (1-\nu) \int_0^r T_p r dr \quad (9)$$

ここで  $A_1 \sim A_4, B_1, B_2, C_1$  は積分定数、  $\xi = r/l_p$ ,  $l_p = \sqrt{B_p/k_s}$  積分定数で、側板、底板部の結合部に生じる不静止モーメント  $M_0$  不静止せん断力  $Q_0$  を導入し表わし、以下の条件より  $M_0, Q_0$  を求める。

$$\{ u \}_{r=a}^l = -\{ w \}_{r=0}^l, \{ du/dr \}_{r=a}^l = -\{ dw/dr \}_{r=0}^l \quad (10)$$

断面力は例えず底板部の半径方向曲げモーメント  $M_{rl}$ (4)式より次のようく得られる。

$$M_r = \frac{1}{\Delta p} \left[ -\{ber\tilde{\xi} - (1-\nu_p)\}ber\tilde{\xi}/\tilde{\xi} \right] X \cdot ber\tilde{\xi} \beta_p + \beta_p Y \cdot \{ber\tilde{\xi} \beta_p + (1-\nu_p)X \cdot ber\tilde{\xi} \beta_p + \beta_p Y \cdot (ber\tilde{\xi} \beta_p + (1-\nu_p)X \cdot ber\tilde{\xi})\} + \{ber\tilde{\xi} + (1-\nu_p)ber\tilde{\xi}\}ber\tilde{\xi}/\tilde{\xi} \right] - E_p \alpha \tilde{\beta}_p / (1-\nu_p) \quad (11)$$

$$\text{ここで, } \beta_p = \alpha/\beta_p, X = M_o - E_p \alpha \tilde{\beta}_p / (1-\nu_p), Y = 2E_p \alpha \beta_p \alpha \beta_p / (1-\nu_p) \\ \Delta p = \{ber\tilde{\xi} \beta_p - ber\tilde{\xi} \beta_p - ber\tilde{\xi} \beta_p\} \{ber\tilde{\xi} \beta_p^2 + (ber\tilde{\xi} \beta_p)^2\} / \beta_p$$

Kelvin 関数  $ber\tilde{\xi}$ ,  $ber\tilde{\xi}$  等は次式より求められる。

$$ber\tilde{\xi} = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(\tilde{\xi}/2)^{4k}}{[(2k)!]^2 (-1)^k}, \quad ber\tilde{\xi} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(\tilde{\xi}/2)^{4k-2}}{[(2k-1)!]^2 (-1)^{k-1}} \quad (12)$$

$$ber\tilde{\xi} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(\tilde{\xi}/2)^{4k-1}}{(2k-1)! (2k)!} (-1)^k, \quad ber\tilde{\xi} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(\tilde{\xi}/2)^{4k-3}}{(2k-2)! (2k-1)!} (-1)^k$$

上式は  $\tilde{\xi} < 20$  まで正確な評価が可能であるが、半径、板厚、地盤反力係数等の関係で  $\tilde{\xi}$ ,  $\beta_p$  は数百のオーダーで変する場合がある。そこで Kelvin 関数を漸近展開した次式を用いる。

$$ber\tilde{\xi} = P_{\tilde{\xi}} (\cos A + \sin B / 8\tilde{\xi}), \quad ber\tilde{\xi} = P_{\tilde{\xi}} (\sin A - \cos B / 8\tilde{\xi}) \quad (13)$$

$$ber\tilde{\xi}' = P_{\tilde{\xi}} (\cos B - 3 \sin A / 8\tilde{\xi}), \quad ber\tilde{\xi}' = P_{\tilde{\xi}} (\sin B - 3 \cos A / 8\tilde{\xi})$$

$$\text{ここで, } P_{\tilde{\xi}} = e^{\tilde{\xi}/2} / \sqrt{2\pi}, \quad A = (\tilde{\xi}/2 - \pi/8), \quad B = (\tilde{\xi}/2 + \pi/8)$$

式(13)を式(11)に代入し整理すると、

$$M_r = \frac{5 - \beta_p}{\nu^2} \cdot \frac{\beta_p}{\sqrt{\frac{\beta_p}{\Delta p}}} \left[ -X \cdot \{A_1(\beta_p, \tilde{\xi}) - \frac{1-\nu_p}{\tilde{\xi}} A_2(\beta_p, \tilde{\xi})\} - \beta_p \cdot Y \cdot \{A_3(\beta_p, \tilde{\xi}) - \frac{1-\nu_p}{\tilde{\xi}} A_4(\beta_p, \tilde{\xi}) + \frac{1-\nu_p}{\beta_p} (A_5(\beta_p, \tilde{\xi}) - \frac{1-\nu_p}{\tilde{\xi}} A_6(\beta_p, \tilde{\xi}))\} \right] - \frac{E_p \alpha \tilde{\beta}_p}{1-\nu_p} \quad (\tilde{\xi}, \beta_p > 20) \quad (14)$$

$$\text{ここで, } A_1(\beta_p, \tilde{\xi}) = \sin(A^*/4) - 3 \sin(A^*/8\beta_p) + \cos(A^*/8\tilde{\xi}) - 3 \cos(A^*/8\tilde{\xi}) / 64\beta_p \tilde{\xi}$$

$$\Delta p = \frac{1}{\nu^2} + \frac{1}{8\beta_p} - \frac{3\sqrt{2}}{28\beta_p^2} - (1-\nu_p)(1-3\sqrt{2}/8\beta_p + 9/64\beta_p^2) / \beta_p$$

$$A^* = (\beta_p - \tilde{\xi}) / \sqrt{2} \text{ などである。}$$

又,  $0 \leq \tilde{\xi} < 20$  ( $\beta_p > 20$ ) のときは式(13), 式(12)を用いることにより  $M_r$  の算定ができる。

3) 計算例 図-2 は FEM による値と式(11)の値を比較したものである。 $E = 21 \times 10^{10} \text{ kg/cm}^2$ ,  $\nu = 1/6$  で、奥縁は液圧 ( $P_d = 2.5 \text{ cm}$ ,  $\gamma = 10^3 \text{ kg/cm}^3$ ), 点線は温度変化 ( $T_0$  (初期温度変化) =  $15^\circ\text{C}$ ,  $\alpha = 10^{-5}/^\circ\text{C}$ ,  $h = 25 \text{ cm}$ ,  $d = 50 \text{ cm}$ ) による値で両者とも良く一致していることがわかる。半径  $a = 8 \text{ m}$ ,  $l = 15.3 \text{ m}$ ,  $K_s = 2 \text{ kg/cm}^2$  である。

図-3 は鋼製円筒形  $R = 7$  ( $E = 21 \times 10^{10} \text{ kg/cm}^2$ ,  $\nu = 1/3$ ,  $l = 20 \text{ m}$ ,  $P_d = 3.2 \text{ cm}$ ,  $d = 1.2 \text{ cm}$ ,  $\alpha = 12 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$ ) の側板、底板結合部に生じるモーメント  $M_b$  を  $K_s = 0.5 \sim 100 \text{ kg/cm}^2$ ,  $a = 20, 30, 40 \text{ m}$  と液圧、温度変化側板の  $\Delta T = 15^\circ\text{C}$ ,  $T_f = 5^\circ\text{C}$  について求めた結果である。 $K_s$  の  $M_b$  に対する影響は液圧による方が大きい。

図-4 は半径  $a = 40 \text{ m}$  の液圧によるターナー内側の応力分布を示したものである。

参考文献 1) 松村兼治・中西健吉：彈性理論上の円筒形構造、大蔵省土木試験所報告書、S2.9 2) 河野尚尚：鋼製円筒形の底板角部の応力解析、日本機械学会論文報告集、S2.4号、S5.1.7 3) 小林信之：円筒形ターナー構造部応力解析、日本機械学会論文報告集、S2.4号、S5.1.7 4) S52.2.10 (室外構造)

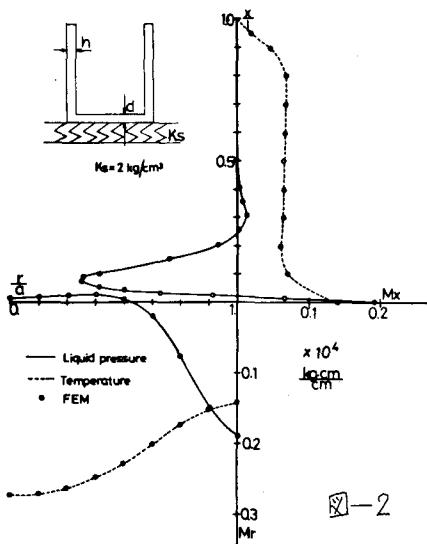


図-2

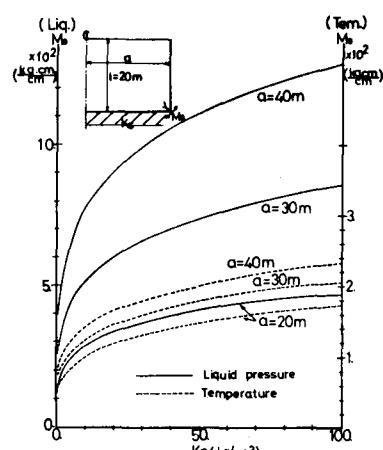


図-3

