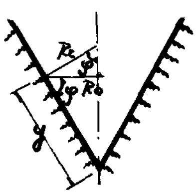
I-51 弾性床上の円錐シェル

北海道大学 工学部 正員 能町純雄
飛島建設(株) 〃 遠峰孝宗
〃 ○青木由裕

1. まえがき

今回、下水道関係の消化槽に於いて、弾性床上の円錐シェル構造物の応力解析の問題に遭遇した。この種のシェルで地盤反力が構造物に対してどのような影響を与えるか、又、構造物の傾斜角がどの程度の時、最も理論的なものになるか、又、一般の弾性床上の円版との関係はどのようになっているか等を検討したものはない。そこで我々は、弾性床上の円錐シェルの理論式を誘導し種々の検討を行った。以下はこれについての報告である。

2. 構造理論



以下弾性床上の円錐シェルの理論式を求める。
円錐シェルの釣合式は次の通りである。

$$(N_y \cdot y)^{\cdot} - N_\theta + p_y \cdot y = 0$$

$$(Q_y \cdot y)^{\cdot} + N_\theta \, tg\varphi + p_z y = 0$$

$$(M_y \cdot y)^{\cdot} - M_\theta - Q_y y = 0$$

ここで $U = R_2 Q_y = Q_y \cdot y \cdot ctg\varphi$ と置くと、

$$N_y = -\frac{U}{y} + N_y^0$$

$$N_\theta = -\dot{U} + N_\theta^0$$

これから、円錐シェルの一般式は線型演算子

$$L_1(\ ) = (\ )^{\cdot\cdot} y + (\ )^{\cdot} - \frac{1}{y}(\ )$$

を使用して次の様に表わす事ができる。

$$L_1(U) = Eh \, tg\varphi \, (V - V^0)$$

$$L_1(V) = -\frac{1}{D} tg\varphi \cdot U$$

ここで V^0 は、膜応力状態にあるシェルの経線の接線の回転角を示し、次の様に表わされる。

$$V^0 = \frac{ctg\varphi}{Eh}\left[(N_y^0 - N_\theta^0)(1+\nu) - y \cdot \frac{d}{dy}(N_\theta^0 - \nu N_y^0)\right]$$

$$(N_y^\circ \cdot y)^{\cdot} = -p_z \cdot y \, ctg\varphi$$
$$N_\theta^\circ = (N_y^\circ \cdot y)^{\cdot}$$

であるから、

$$\Psi = \int p_z \cdot y \, dy$$

と置くと、

$$V^\circ = -\frac{ctg^2\varphi}{ER}\left[y\ddot{\Psi} + \dot{\Psi} - \frac{1}{y}\Psi\right]$$

したがって、弾性床上の円錐シェルの理論式は、

$$L_1(U) = ER\, tg\varphi\, V + ctg\varphi\, L_1(\Psi)$$
$$L_1(V) = -\frac{1}{D}\, tg\varphi\, U$$

今、$L_1(U) = ctg\varphi\, L_1(\Psi)$ を考えてみると、
この関係式は次の様になる。

$$\frac{d^3w}{dy^3} + \frac{1}{y}\frac{d^2w}{dy^2} - \frac{1}{y^2}\frac{dw}{dy} = -\frac{Q_y}{D}$$

これは、弾性床上の円版のせん断力の関係式を示している。

3. あとがき

以上、示したように、弾性床上の円錐シェル構造は、一般の円錐シェル構造の数値に、弾性床上の円版の数値を重ね合わす事により検討する事ができる。したがって、円錐シェルの傾斜がある程度近いくと、弾性床上の円版として計算しても差支えない。なお、同構造形式に多数の測定計器を埋設してあるので、結果の得られ次第理論値との比較検討を発表する予定である。