

1. まえがき

近年、鋼板橋梁の架設割合増加にともなう、鋼板橋上に施工されるアスルト舗装の变形挙動、破損の問題が重要になりつつある。しかし、アスルト混合物そのものの材料力学的研究は既述の途上であり、舗装と鋼板の一体構造としての力学解析のための舗装の变形定数(弾性係数など)の決定はなかなかの問題となっている。本論文では舗装と鋼板の一体構造を解析するため、舗装の応力ひずみ関係式に粘弾性関係を用いて、有限フリスツ法¹⁾により、基礎式を導き、これを有限フーリエ変換と有限フーリエ定積分変換²⁾(離散型フーリエ変換)を用いて、各経過時間での变形経過を計算した。

2. 粘弾性フリスツ要素関係式¹⁾

舗装の応力ひずみ関係式は図1のボウナモデル³⁾に基づいて緩和弾性率を用いて次のように表わされる^{3), 4)}

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K + \frac{4}{3}G & K - \frac{2}{3}G & K - \frac{2}{3}G \\ K - \frac{2}{3}G & K + \frac{4}{3}G & K - \frac{2}{3}G \\ K - \frac{2}{3}G & K - \frac{2}{3}G & K + \frac{4}{3}G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G & 0 & 0 \\ 0 & G & 0 \\ 0 & 0 & G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} K &= K_0 + K_1 e^{-\alpha_k t} + K_2 e^{-\beta_k t} \\ G &= G_0 + G_1 e^{-\alpha_g t} + G_2 e^{-\beta_g t} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

係数 $K_0, K_1, K_2, G_0, G_1, G_2, \alpha_k, \alpha_g, \beta_k, \beta_g$ は実験

により決定される値である。これは時間。

応力のつりあい式は

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = 0 \quad (4), \quad \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} = 0 \quad (5), \quad \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = 0 \quad (6)$$

次に図2のようなフリスツ要素について、変位を要素内を η で直線音に仮定して、Galerkin法により、試験関数を用いて、それと入れ、各節点の力と変位の関係式を x, y, z 方向に求めることができる。¹⁾

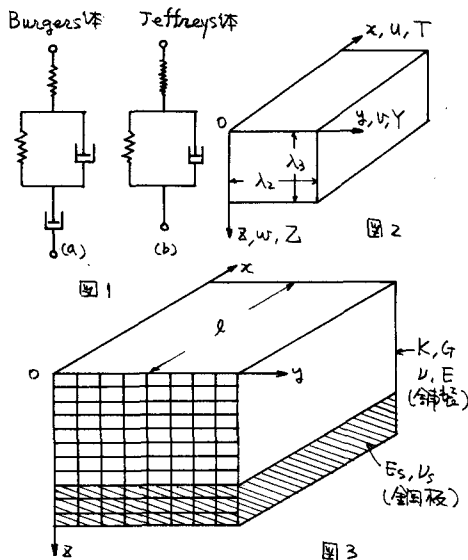
これを η 関係式を図3の各要素に用いることは、次のような微分差分基礎方程式を得ることができる。

$$\frac{\lambda_1 \lambda_2}{36} (K + \frac{4}{3}G) (\Delta_y^2 \Delta_z^2 \ddot{u}_{y-1, z-1} + 6 \Delta_y^2 \ddot{u}_{y-1, z} + 6 \Delta_z^2 \ddot{u}_{y, z-1} + 36 \ddot{u}_{y, z}) + \frac{G \lambda_1 \lambda_2}{6 \lambda_2} \Delta_y^2 (\Delta_z^2 u_{y-1, z-1} + 6 u_{y-1, z} + 6 \Delta_z^2 u_{y, z-1} + 6 u_{y, z}) + \frac{G \lambda_1 \lambda_2}{6 \lambda_2} \Delta_z^2 (\Delta_y^2 u_{y-1, z-1} + 6 u_{y-1, z} + 6 \Delta_y^2 u_{y, z-1} + 6 u_{y, z}) + \frac{\lambda_1 \lambda_2}{12} (K + \frac{1}{3}G) \Delta_y (\Delta_z^2 \dot{v}_{y-1, z-1} + 6 \dot{v}_{y-1, z} + 6 \dot{v}_{y, z-1} + 6 \dot{v}_{y, z}) + \frac{\lambda_1 \lambda_2}{12} (K + \frac{1}{3}G) \Delta_z (\Delta_y^2 \dot{w}_{y-1, z-1} + 6 \dot{w}_{y-1, z} + 6 \dot{w}_{y, z-1} + 6 \dot{w}_{y, z}) = 0 \quad (7)$$

$$G \frac{\lambda_1 \lambda_2}{36} (\Delta_y^2 \Delta_z^2 \ddot{v}_{y-1, z-1} + 6 \Delta_y^2 \ddot{v}_{y-1, z} + 6 \Delta_z^2 \ddot{v}_{y, z-1} + 36 \ddot{v}_{y, z}) + \frac{\lambda_1 \lambda_2}{12} (K + \frac{1}{3}G) \Delta_y (\Delta_z^2 \dot{u}_{y-1, z-1} + 6 \dot{u}_{y-1, z} + 6 \dot{u}_{y, z-1} + 6 \dot{u}_{y, z}) + \frac{1}{4} (K + \frac{1}{3}G) \Delta_y \Delta_z \dot{w}_{y, z} + \frac{\lambda_1 \lambda_2}{6 \lambda_2} (K + \frac{4}{3}G) \Delta_y^2 (\Delta_z^2 \dot{v}_{y-1, z-1} + 6 \dot{v}_{y-1, z} + 6 \dot{v}_{y, z-1} + 6 \dot{v}_{y, z}) + \frac{G \lambda_1 \lambda_2}{6 \lambda_2} \Delta_z^2 (\Delta_y^2 \dot{v}_{y-1, z-1} + 6 \dot{v}_{y-1, z} + 6 \dot{v}_{y, z-1} + 6 \dot{v}_{y, z}) = 0 \quad (8)$$

$$G \frac{\lambda_1 \lambda_2}{36} (\Delta_y^2 \Delta_z^2 \ddot{w}_{y-1, z-1} + 6 \Delta_y^2 \ddot{w}_{y-1, z} + 6 \Delta_z^2 \ddot{w}_{y, z-1} + 36 \ddot{w}_{y, z}) + \frac{\lambda_1 \lambda_2}{12} (K + \frac{1}{3}G) \Delta_z (\Delta_y^2 \dot{u}_{y-1, z-1} + 6 \dot{u}_{y-1, z} + 6 \dot{u}_{y, z-1} + 6 \dot{u}_{y, z}) + \frac{1}{4} (K + \frac{1}{3}G) \Delta_y \Delta_z \dot{v}_{y, z} + \frac{\lambda_1 \lambda_2}{6 \lambda_2} (K + \frac{4}{3}G) \Delta_z^2 (\Delta_y^2 \dot{w}_{y-1, z-1} + 6 \dot{w}_{y-1, z} + 6 \dot{w}_{y, z-1} + 6 \dot{w}_{y, z}) + \frac{G \lambda_1 \lambda_2}{6 \lambda_2} \Delta_y^2 (\Delta_z^2 \dot{w}_{y-1, z-1} + 6 \dot{w}_{y-1, z} + 6 \dot{w}_{y, z-1} + 6 \dot{w}_{y, z}) = 0 \quad (9)$$

$$\text{ただし } \frac{1}{4} = \frac{\partial^2}{\partial x^2}, \quad \Delta^2 f(x-1) = f(x+1) - 2f(x) + f(x-1), \quad \Delta f(x) = f(x+1) - f(x-1)$$



3. 境界条件をFEM粘弾性解.

同じ単純支持とし、層A上下自由面、FEM舗装と鋼板の境界面での条件はポリス4要素の縦線に与える力にFリ、次のように表現される。

$$\text{上下自由面に於いて } (y=0, A): \sum_i T_{y,i}(x,t)=0, \sum_i Y_{y,i}(x,t)=0, \sum_i Z_{y,i}(x,t)=\begin{pmatrix} P_0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (10)$$

境界面=於いて $(y=r):$

$$\sum_i T_{y,r}^p(x,t) + \sum_i T_{y,r}^s(x,t)=0, \sum_i Y_{y,r}^p(x,t) + \sum_i Y_{y,r}^s(x,t)=0, \sum_i Z_{y,r}^p(x,t) + \sum_i Z_{y,r}^s(x,t)=0 \quad (11)$$

以上の境界条件を満足するように、(3)式を用いて各時刻tにおける各点の変位を求めることになる。

本論文では、x方向に対して離散型へ変換する、有限へは定積分変換²⁾を用いてあり、少ない行列次元数、したがって少ない計算時間を粘弾性解を求めることになる。

4. 数値計算例.

図4のような構造に於いて以下のような数値により計算した結果を、荷重矢中央のたわみ、FEM荷重矢の軸方向全長時間変化について図5及び図6に示している。

$$\begin{aligned} E_s &= 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2, \quad \nu_s = 0.3, \quad K_0 = 2.0 \times 10^3 \text{ kg/cm}^2, \\ K_1 &= 2.0 \times 10^3 \text{ kg/cm}^2, \quad K_2 = 1.0 \times 10^3 \text{ kg/cm}^2, \quad \alpha_k = 0.3 \text{ day}^{-1}, \\ \beta_k &= 0.1 \text{ day}^{-1}, \quad G_0 = 0.8 \times 10^3 \text{ kg/cm}^2, \quad G_1 = 0.6 \times 10^3 \text{ kg/cm}^2, \\ G_2 &= 0.18 \times 10^3 \text{ kg/cm}^2, \quad \alpha_g = 0.3 \text{ day}^{-1}, \quad \beta_g = 0.1 \text{ day}^{-1}, \\ \lambda_1 &= 5 \text{ cm}, \quad \lambda_2 = 3.75 \text{ cm}, \quad l = 3 \text{ m}, \quad p = 8 \text{ kg/cm}^2, \\ c &= 20 \text{ cm}, \quad d = 30 \text{ cm}, \quad \text{要素数 } 20 \text{ 個}, \quad n = r = 8. \end{aligned}$$

以上より、時間を経過するにつれて、舗装の単独効果と鋼板の剛性による値は漸次してはいることがわかる。

5. おわりに.

鋼板上の舗装の変形挙動を力学的に取扱うには、

1) 荷重移動の移動荷重であること、2) 舗装体は車両の走行速度(ひたし速度)、温度により変形が著しく異なること、3) 舗装体内の温度分布が一様であること、4) 線状車荷による変形、板厚の厚さによることなどにより、非等価問題となる。本論文では鋼板と舗装の力学的挙動は析微理論などを用いて計算するの、舗装とA-1体構造の解析を意図して行なったものとする。

参考文献

- 1) S.G. Nomachi, T. Ohshima: Theoretical and Applied Mechanics, Vol. 24, 1974.
- 2) S.G. Nomachi, K.G. Matsuoka: 同上, Vol. 20, 1970.
- 3) W. Flügge: Viscoelasticity, 邦訳 粘弾性学, 培風館, 1973.
- 4) M. Reiner: 山田, 柳沢訳, レオロジー基礎理論, 朝倉書店, 1968.
- 5) 山田嘉昭著: マトリクス法材料力学のFEM, 塑性粘弾性, 培風館, 1970, 1972.
- 6) 色部誠也: 土木学会論文報告集, 第213号, 第214号, 1973.
- 7) 菅原昭雄他: 土木学会論文報告集, 第210号, 第221号, 第239号, 1973, 1974, 1975.
- 8) 田中豊喜: マトリクス法構造解析講演論文集, 1969.

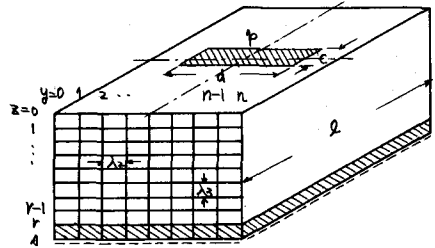


図4.

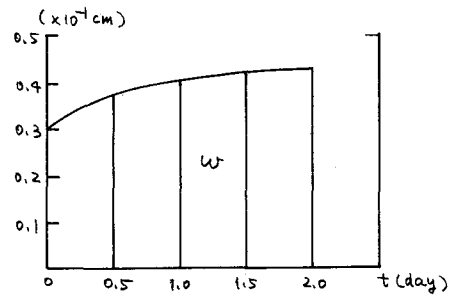


図5

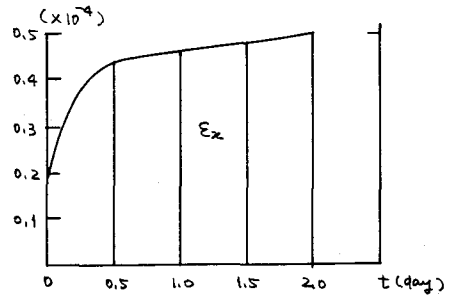


図6