

中部工大 正員 倉田 宗章
 ○明石高専 正員 高橋 宏直
 近畿大学 正員 谷平 勉

(1). 概要…既に種々の基礎モデル上の平板の解析を行ってきた。粘弾性モデルについても発表したが¹⁾、今回は荷重が時間的変化をする場合、即ち、Time-dependent Load について、平板の挙動や地盤反力に注目し、差分法を用いた近似数値解析を行った。基礎モデルについては Freundenthal²⁾によって既に梁の解析に用いられた、Kelvin, Maxwell, Standard Solid の3種について検討した。平板は全辺自由矩形板で、中点に集中荷重または部分分布荷重が載荷した場合を解析した。

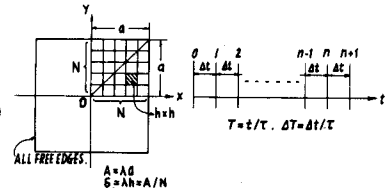


Fig. 1 DIMENSION OF THE PLATE.

Fig. 2 TIME ABSCISSA.

(2). 解析法…平板の基礎微分方程式にバネ反力項を加味し、各ケースの式を立て差分表示した。ただし慣性項は考慮しない。平板については図-1に示すように $1/8$ を考え半辺長 a を無次元化し ($A = \lambda a$)、分割数 N は計算例では8をとった。時間軸に關しては(図-2参照)等間隔差分により Δt を分割し、Eulerの前進法を適用した。また時間軸も無次元化した ($T = t/\tau, \Delta T = \Delta t/\tau$)。時間軸方向の精度については以前に考察したが³⁾、 $\Delta T = 0.2$ で本計算例を示した。各モデルにおける微分方程式、バネ反力の式、差分表示式、初期条件等について表-1に示した。境界条件については省略する。Kelvinモデルの場合はTime-independentの場合と変らず、他のモデルでは $\partial \bar{q}/\partial t$ が荷重項として右辺に追加される。Standard Solidモデルの差分表示と簡結するため $k_1 = k_2$ とした。

(3). 計算例と考察…載荷状態は図-3に示した。 α ($= q/P\lambda^2$ で等分布荷重の係数)、 β (集中荷重の係数) と時

表-1. 各種解式のまとめ.

モデル	Kelvin	Maxwell	Standard Solid
微分方程式	$\nabla^4 w + \frac{\eta}{D_s} \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{k}{D_s} w = \frac{\bar{q}}{D_s}$	$\left(1 + \frac{\eta}{k} \frac{\partial}{\partial t}\right) \nabla^4 w - \frac{\eta}{D_s} \frac{\partial w}{\partial t} - \frac{\eta}{k} \frac{\partial \bar{q}}{\partial t} + \frac{\bar{q}}{D_s} = 0$	$D_s \left(\frac{1}{\tau} + \left(1 - \frac{\eta}{k_2 \tau}\right) \frac{\partial}{\partial t} \right) \nabla^4 w + k_2 \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{k_2}{\tau} w = \frac{\bar{q}}{\tau} + \left(1 - \frac{\eta}{\tau k_2}\right) \frac{\partial \bar{q}}{\partial t}$
バネ反力	$p = \eta \frac{\partial w}{\partial t} + k w$	$\frac{\partial w}{\partial t} - \frac{1}{k} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{1}{\eta} p = 0$	$p = p_1 + p_2, p_2 = k_2 w, p_1/\eta + 1/k_1 \partial p_1/\partial t = (1 + k_1/k_2) \partial w/\partial t + k_1/\eta w$
τ, Δτ	$\tau = \eta/k, \Delta T = \Delta t/\tau$	$\tau = \eta/k, \Delta T = \Delta t/\tau$	$\tau = (k_1 + k_2)/k_1 k_2 \eta, k_1 = k_2 = k \rightarrow \tau = 2\tau, \Delta T = \Delta t/\tau$
差分表示	$\left\{ \frac{p}{k} \right\}^n = \left(1 + \frac{1}{\Delta T}\right) \left\{ w \right\}^n - \frac{1}{\Delta T} \left\{ w \right\}^{n-1}$	$\left\{ \frac{p}{k} \right\}^n = \frac{1}{1 + \Delta T} \left(\left\{ \frac{p}{k} \right\}^{n-1} + \left\{ w \right\}^n - \left\{ w \right\}^{n-1} \right)$	$\left\{ \frac{p}{k} \right\}^n = \frac{1}{1 + \Delta T} \left(\left\{ \frac{p}{k} \right\}^{n-1} - 2 \left\{ w \right\}^n + \frac{2 + \Delta T}{1 + \Delta T} \left\{ w \right\}^{n+1} \right)$
初期条件	$t=0, n=0: \{w\}^n = 0$	$t=0: \{w\}^n = \{w\}^n_{\text{winkler}}, n=0: \{p/k\}^n = \{w\}^n_{\text{winkler}}$	$k_1 = k_2 = k: \{w\}^n = \{w\}^n_{\text{winkler}}/2, t=0, n=0: \{p/k\}^n = \{w\}^n_{\text{winkler}}$

[使用記号]

D_s ; 板剛度.
 k ; 分格長 ($\delta = \lambda k$).
 λ ; $= \sqrt[4]{k/D_s}$.
 a ; 半辺長 ($A = \lambda a$)
 N ; 分割数
 $\bar{q}$; 格点分布荷重強度
 $\partial w, \{w\}$; たわみ
 $p, \{p\}$; バネ反力
 τ ; 遅延および弛緩時間
 Δt ; 分格時間 ($\Delta T = \Delta t/\tau$)
 $[0]$; δ を要素とする主対角マトリックス.
 δ ; $= \delta^4 = (A/N)^4$.
 $[K]$; 差分表示の係数マトリックス.
 α, β ; 等分布荷重 q の集中荷重の係数

注. $\{w\}_{\text{winkler}}$: $\eta=0$ の Winklerバネの場合のたわみ量.

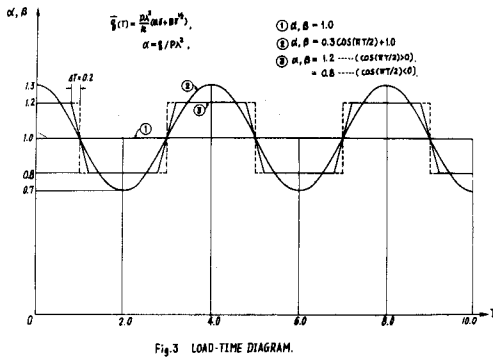


Fig. 3 LOAD-TIME DIAGRAM.

間、 T との関係については①一定値、②周期荷重、③ステップ荷重の3種について検討した。図4~7は各モデルに対しての w_0, p_0 (載荷点下の板のたわみとバネ反力) と時間の関係を示した。ステップ荷重③に対する応答の折点附近の精度については数学的にも問題点が考えられるが、全体的な傾向を調べるために①、②と併記した。いずれも載荷点下の w_0 、③については大きな変動を示しているが、分布荷重(図-5)や載荷点より遠ざかると減少する傾向がある。又②の場合 w_0, p_0 の極値発生位置に少々ずれがあり、 p_0 の方が早く反応している。破線は tensionless の場合を示し一定荷重のみ計算した。②、③の場合は荷重の増減により、たわみが正の場合でも負の反力の発生の可能性があり、tensionless の場合とは複雑な挙動を示すであろう。各モデル共に④の上を振動しており、 $T=2.0$ 付近ではやや複雑な傾向を示すが、 $T>2.0$ ではほぼ規則的な振動を繰返している。本例の問題は慣性項は考慮されないのが通例であるが、バネ反力の応答をみれば、慣性力の影響と考えられる様な傾向がみられる。これらの計算例の諸元は $A=3.0$, $N=8$, $\nu=0.3$ (ポアソン比), $\Delta T=0.2$ とした。

(4). むすび... 以上3種の粘弾性モデルについて調べてきたが、それぞれのモデル、載荷状態に対する特性が現われていた。実際問題ではバネ定数が非線型になるものと考えられ今後の課題とした。現在、半無限粘弾性体について解析を行っている。

【参考文献】

- 1) 倉田, 高橋, 岩平: 粘弾性バネ基礎上の平板の数値解析, 土木学会年次学術講演会概要, I-146, 1973.
- 2) A.M. Freudenthal, H.G. Lorsch: The Infinite Elastic Beam on a linear Viscoelastic Foundation, Proc. of ASCE EM1, Jan. 1957.
- 3) 倉田, 高橋, 岩平: 差分法による曲げ解析の精度に関する一考察, 土木学会年次学術講演会概要, I-15, 1975.

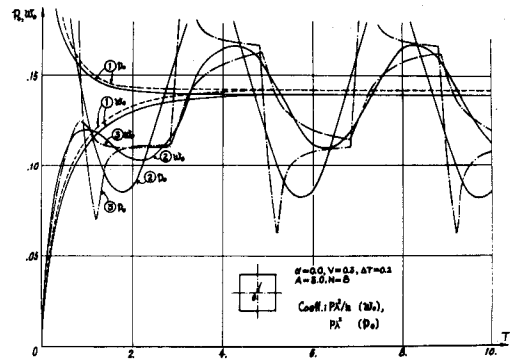


Fig. 4 w_0 -T AND p_0 -T CURVES (KELVIN MODEL) (1)
NOTE: DOTTED LINES SHOW THE CASE OF TENSIONLESS FOUNDATION.

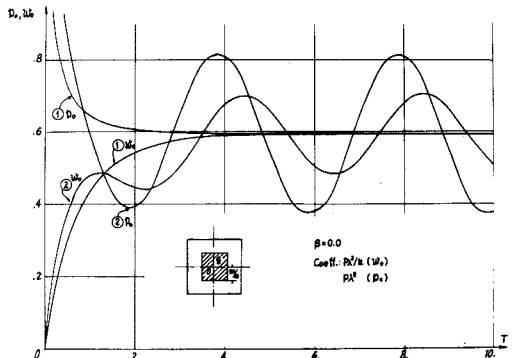


Fig. 5 w_0 -T AND p_0 -T CURVES (KELVIN MODEL) (2)

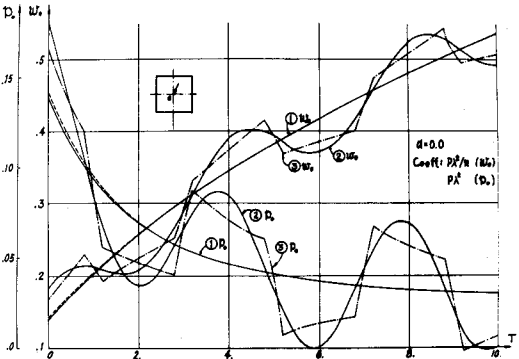


Fig. 6 w_0 -T AND p_0 -T CURVES (MAXWELL MODEL)

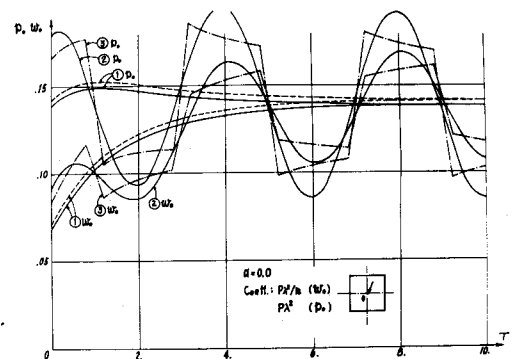


Fig. 7 w_0 -T AND p_0 -T CURVES (STANDARD SOLID MODEL)