

北大 工学部

学生員 ○川上 博史

北大 工学部

正 員 能町 純雄

1. まえがき 瞬間的な荷重変化による部材の過渡的応力状態の解明は構造力学上有用なテーマであろう。本論文ではこのような問題に対する1つの例題として一対辺単純支持他端無限なる矩形板を考え、この矩形板の幅方向に *sinusoidal*、軸方向にガウス分布の局部的力積荷重が持続的に作用した場合について解析し、その過渡領域内での伝播性状について調べることにする。

2. 解析理論 図-1のような一対辺単純支持された矩形板をとりだし、幅 B 、板厚 h 、剛性を D とする。せん断変形、回転慣性、さらに粘性項を無視すると、平板の動的基礎微分方程式は、

$$D \Delta^2 w + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad \text{-----}(1)$$

上式に e^{-at} を乗じ、 $0 \sim \infty$ の区間でラプラス変換を施す。境界条件として $\dot{w} = \dot{w} \exp(-ax^2) \sin \frac{\pi}{B} y$ [x 方向にガウス分布、 y 方向に *sinusoidal* 分布] のみが存在すると仮定する。次に、 x 方向にフーリエ変換 [Cosine型] を施すと、

$$\left[D \left\{ m^2 + \left(\frac{\pi}{B} \right)^2 \right\} + \rho h \cdot s^2 \right] \cdot \mathcal{L}C_m[w] = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{a}} \cdot \exp(-m^2/4a) \cdot F \quad \text{-----}(2)$$

$$\text{ただし, } F = \rho h \dot{w}, \quad \int_0^\infty \exp(-ax^2) \cos mxdx = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{a}} \exp(-m^2/4a)$$

(2) 式に s 方向および m 方向に逆変換を施すことにより、力積荷重消失後に対するたわみ式が求まる。

$$w_F = \frac{F}{\sqrt{a\pi\rho h} \cdot B} \int_0^\infty \frac{\exp(-m^2/4a)}{\left\{ m^2 + \left(\frac{\pi}{B} \right)^2 \right\}} \sin \left\{ k_p \left(m^2 + \frac{\pi^2}{B^2} \right) t \right\} \cos xm \, dm \cdot \sin \frac{\pi}{B} y \quad \text{-----}(3)$$

さらに、(3) 式を時間 t 方向について積分することにより、持続する力積 (衝撃) 荷重が作用する場合についてのたわみ式を求めることができる。

$$w_g = \frac{g}{\sqrt{a\pi\rho h} \cdot B} \left[\int_0^\infty \frac{\exp(-m^2/4a)}{\left\{ m^2 + \left(\frac{\pi}{B} \right)^2 \right\}} [1 - \cos \{ k_p (m^2 + \frac{\pi^2}{B^2}) t \}] \cos xm \, dm \right] \sin \frac{\pi}{B} y \quad \text{-----}(4)$$

(4) 式より、 x 方向の曲げモーメントを求めると、

$$M_{xg} = \frac{g}{\sqrt{a\pi\rho h} \cdot B} \left[\int_0^\infty \left\{ m^2 + \left(\frac{\pi}{B} \right)^2 \right\} \frac{\exp(-m^2/4a)}{\left\{ m^2 + \left(\frac{\pi}{B} \right)^2 \right\}^2} [1 - \cos \{ k_p (m^2 + \frac{\pi^2}{B^2}) t \}] \cos xm \, dm \right] \sin \frac{\pi}{B} y \quad \text{-----}(5)$$

ただし、 ν : ポアソン比 $B_p^2 = C_p^2 / \rho^2$ C_p : 縦波の速度 r_p : 断面二次半径

固定荷重は持続する力積荷重と置き換えることができる。そのことより、(4) 式および (5) 式中の g は F と等価な静的荷重を表わしている。また、積分中の前項は静的荷重が作用した場合のたわみ、およびモーメントを示している。なお、上式は閉じた式に整理することができないので、 m 方向の数値積分に頼らざるを得ない。

る。数値計算例 板厚 $h = 1\text{cm}$ 、板幅 $B = 50\text{cm}$ の鋼板、および板厚 $h = 20\text{cm}$ 、板幅 $B = 20\text{cm}$ のコンクリート床版を用いる。また、ガウス定数 a を 100cm^2 とし、固定荷重 $g = 1.0\text{kg/cm}^2$ とする。

① 鋼板に対する動的分散性状を図-2、図-3に示す。図は $y = B/2$ 点に注目している。

② 図-4、5、6、7に鋼板およびコンクリート床版における $x = 0$ 点での時間方向のたわみ、およびモーメント分布をそれぞれ示す。なお、同荷重下での持続力積荷重と静的荷重を受ける場合での比較を行っている。

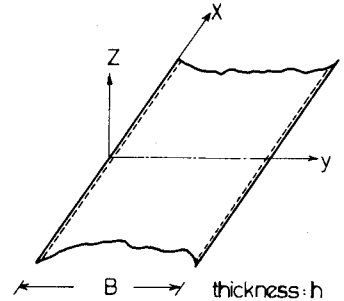


fig.1 モデル板

4. まとめ 持続する力積荷重が作用するもとの過渡領域内のたわみおよび曲げモーメントの分散性状を図化することにより、ピーク値の時間的なずれを明確にすることができた。図より、最終応力は静的荷重に近づくことが明確にわかる。数値計算例の結果によるたわみ、およびモーメントの最大値とその時の時間を調べると表-1のようになる。荷重の持続時間が表に示された時間より長ければその大小にかかわらず最大応力値は一定である。

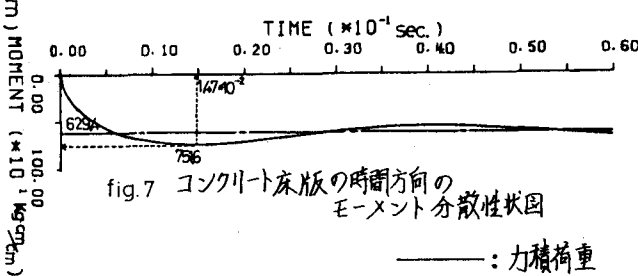
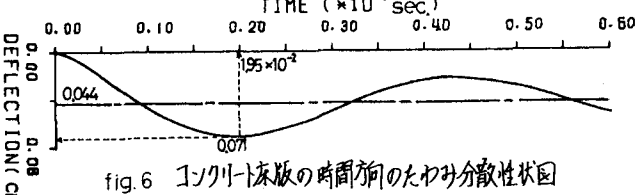
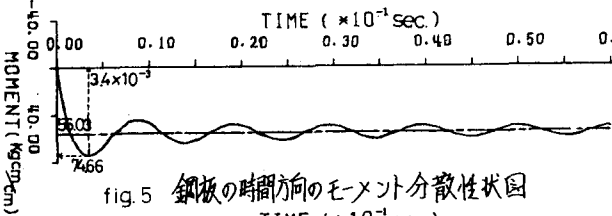
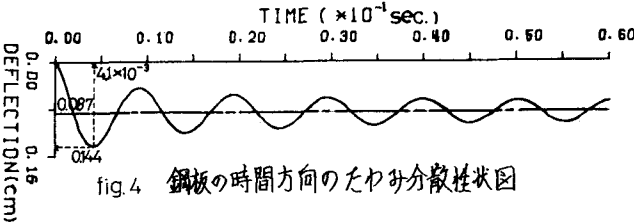
また、持続する力積荷重が作用した場合の最大値と静的荷重による値(最終値)との比をそれぞれ表-2に示す。

table 1

	最大たわみ w	最大モーメント M_x
鋼板	0.1439 cm ($t=0.0041$ sec.)	74.66 kg $\cdot$ cm ($t=0.0034$ sec.)
コンクリート床版	0.07099 cm ($t=0.01955$ sec.)	751.6 kg $\cdot$ cm ($t=0.0147$ sec.)

table 2

	たわみ	モーメント	たわみ比	モーメント比
鋼板	0.08698 cm	56.03 kg $\cdot$ cm	1.6544	1.3325
コンクリート床版	0.04384 cm	629.4 kg $\cdot$ cm	1.6193	1.1942



——: 力積荷重
 - - - : 静的荷重

