

大阪市立大学 正会員 ○ 谷 俊寛
大阪市立大学 正会員 中井 博

1. まえがき わが国の示方書では、いわゆるねじり定数比($K = \sqrt{GK/EI_w}$)が10以上の箱桁橋については、そりねじりによる垂直応力度の計算を省略できるとしている。しかし、箱桁橋にねじり荷重が作用すると、通常、そりねじり応力のほかにも断面変形による垂直応力³⁾が生じ、それらを初めから無視した設計を行なうと、長大橋では危険なこともあるように思われる。従来、そりねじり応力の解析は、文献1)で示したようにかなり複雑な計算を必要とする。そこで本文では、Merrison委員会²⁾でめられたIDRのように比較的計算が容易な単純ねじり理論をもとにした断面定数、および断面力を用いてそりねじり応力が求められる簡易計算式を導くものである。また、本文の方法が各種連続箱桁橋、および曲線箱桁橋の応力解析に適用できることを数値計算例によって明らかにする。

2. 曲げねじり理論によるそりねじり応力
グラウケットを有する一般的な箱桁橋のねじりに関する断面諸定数を表-1に示す。

単純直線箱桁橋に分布トルク、あるいは集中トルクが作用する時の断面力を表-2に示す。ねじりに関する

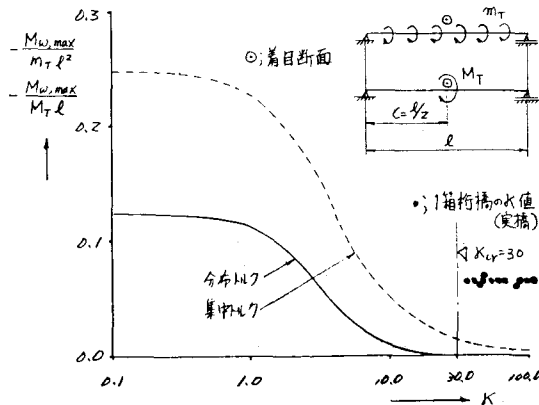


図-1 $M_{w,max}$ と K との関係

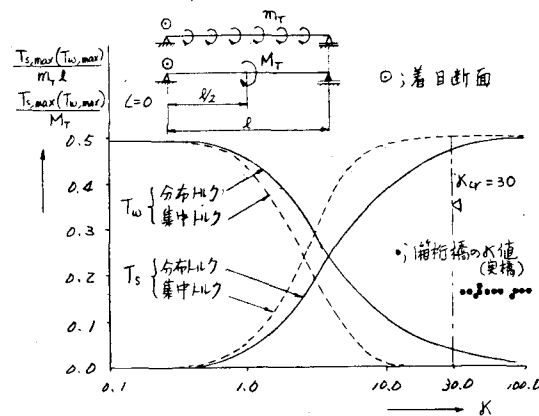


図-2 $T_{s,max}$ と K との関係

断面形状	断面形状	
断面諸定数	ねじり関数	$\varphi = 2bh / (\frac{b}{t_w} + \frac{a}{t_f} + \frac{2h}{t_w})$
	純ねじり定数	$K = 2bh\varphi$
	せん断中心	$h_s = \frac{1}{\sqrt{2}\rho_u + \rho_b + b} \{ h(\rho_u + \frac{3t_f}{2t_w} \{ \frac{a}{t_f} + \frac{a}{t_f} + (1-\gamma_s^2) \}) \varphi \}$
	ねじり座標値	$\omega_1 = \frac{b}{2} (\frac{t_f}{t_w} + h_s), \omega_2 = \frac{b}{2} (\frac{t_f}{t_w} - h_s), \omega_3 = \frac{b}{2} (\frac{t_f}{t_w} - \gamma_s h_s)$
	ねじり定数	$I_w = \frac{1}{12} h t_w^3 \{ \omega_1^2 (1+\beta_u) + 2\omega_2 \omega_3 + \omega_3^2 (1+\beta_b) \} + (\omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_3^2) (1-\gamma_s) \rho_u \}$
断面定数	パラメータ	$\rho_u = \frac{b t_f}{h t_w}, \rho_b = \frac{b t_f}{h t_w}, \epsilon = \frac{2 t_f t_w}{t_w}, \gamma_s = \frac{b}{h}, \gamma_b = \frac{a}{b}$

表-1 箱桁橋の断面諸定数

	$M_w(x) = \frac{m_T}{2} \left\{ \frac{\sinh \alpha x + \sinh \alpha (l-x)}{\sinh \alpha l} - 1 \right\}$
	$T_s(x) = \frac{m_T}{\alpha} \left\{ \frac{\cosh \alpha x - \cosh \alpha (l-x)}{\sinh \alpha l} + \alpha \left(\frac{l}{2} - x \right) \right\}$
	$T_w(x) = -\frac{m_T}{\alpha} \left\{ \frac{\cosh \alpha x - \cosh \alpha (l-x)}{\sinh \alpha l} \right\}$
	$M_w(x) = -\frac{M_T}{\alpha} \frac{\sinh \alpha (l-x)}{\sinh \alpha l} \sinh \alpha x, \quad 0 \leq x \leq c$
	$T_s(x) = -M_T \left\{ \frac{\sinh \alpha (l-x)}{\sinh \alpha l} \cosh \alpha x - \frac{l-x}{l} \right\}, \quad 0 \leq x \leq c$
	$T_w(x) = M_T \frac{\sinh \alpha (l-x)}{\sinh \alpha l} \cosh \alpha x, \quad 0 \leq x \leq c$

表-2 ねじり荷重による断面力

断面力と K との関係を示すと、図-12 のようになる。図中、1箱桁断面を有する実橋の K も示してあるが、1箱桁では $K \geq 30$ となるのがわかる。すると、図-12 より、 $K \geq 30$ においても集中トルクによる $M_{w,max}$ は完全に0にはならないこと、また一方、ねじりモーメントはほとんど純ねじりモーメント T_s だけになっていることがわかる。このようなことを考えると、1箱桁橋のねじりに関する応力は次式のように求めるべきであるものと思われる。

$$\sigma_w = \frac{M_w}{I_w} \omega \quad \dots (1) \quad \tau_s = \frac{T_s}{K} \varphi \quad \dots (2)$$

3. そりねじり応力の簡易計算式

集中トルク荷重によるそりねじり応力の求め方を示す。スパン中央に集中トルクを作用させ、 $K \geq 10$ であるとする、スパン中央におけるそりモーメント M_T は表-2 より次のように簡略化できる。

$$M_T = -\frac{1}{2\alpha} M_T \quad \dots (3)$$

そこで、一般に σ_{ω} が最大となるウェッジとフランチの接合点でのそり座標値 ω_1 を次式のようにおく、

$$\omega_1 = \lambda \frac{bh}{4} \quad \dots (4)$$

b : フランチ幅 h : ウェッジ高さ
 λ : 断面の形状より決まるパラメータ

そりねじり応力 $\sigma_{\omega,1}$ は次のようになる。

$$\sigma_{\omega,1} = \frac{M_T}{I_{\omega}} \omega_1 = -\sqrt{\frac{E}{G}} \frac{\lambda bh}{8K I_{\omega}} M_T \approx -\frac{h}{5K} (\lambda b \sqrt{\frac{K}{I_{\omega}}}) M_T \quad \dots (5)$$

$$(E = 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2, G = 0.81 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2)$$

上式の右辺の()内の無次元量をパラメータ η とおくと、式(5)は純ねじりに関する定数だけを含んだ次式となる。

$$\sigma_{\omega,1} = -\frac{h}{5K} \eta M_T \quad \dots (6)$$

ここで、種々な1箱桁断面についてパラメータ λ, η を求めると、図-3, 4 に示ようになる。図中の実橋の例より λ, η 値を b/h の関数として推定すると次のように書ける。

$$\lambda = -0.6 (b/h) + 1.3 \quad [0.5 \leq b/h \leq 3.0], \quad \lambda = -0.5 \quad [b/h \geq 3.0] \quad \dots (7)_{1,2}$$

$$\eta = 3 \quad [b/h \leq 2.0], \quad \eta = -5 \quad [b/h \geq 2.5] \quad \dots (8)_{1,2}$$

また、図4中には縦長、あるいは横長断面のそりねじり応力の分布が示してあるが、2つのパターンがある。しかし、いずれも表-1の η_1, η_2 と λ 値を用いると、次式により $\sigma_{\omega,2}, \sigma_{\omega,3}$ を求めることができる。

$$\sigma_{\omega,2} = \frac{1}{3\lambda^2 \frac{b}{h} - 1} \left\{ \frac{(5+3\frac{b}{h})}{\lambda} - 2 \left(\frac{3}{h} + 1 \right) \right\} \sigma_{\omega,1}, \quad \sigma_{\omega,3} = \frac{1}{3\lambda^2 \frac{b}{h} - 1} \left\{ \frac{(5+3\frac{b}{h} + \frac{6}{h})}{\lambda} + 2 \left(\frac{3}{h} + 1 \right) \right\} \sigma_{\omega,1} \quad \dots (9)_{1,2}$$

また、集中トルクの作用点から橋軸方向に x だけ離れた断面におけるそりねじり応力 $\sigma_{\omega,x}$ は、次式より求めることができる。

$$\sigma_{\omega,x} = \sigma_{\omega,1} e^{-0.6 \frac{\eta}{\lambda b} x} \quad \dots (10)$$

4. 数値計算例

図-5に示す断面を有する連続直線箱桁橋 (スパン: $50\text{m} + 60\text{m} + 50\text{m}$) を対象として、L荷重 (TT-43荷重含む) によるそりねじり応力を計算すると、表-3に示すようになる。荷重は M_T をスパン中央に、 m_T を中央径間に満載した。表-3より、提案式によるそり応力が厳密解とよく一致しており、本文の提案式により箱桁橋のそり応力を求めるのは妥当であることを示しているものと思われる。なお、分布トルクに対する簡易計算式や各種直線箱桁橋・曲線箱桁橋の解析結果については発表当日報告する。

参考文献 1) 中井・事口, 土木学会論文報告集, No.233, 1975年1月

2) Interim Design and Workmanship Rules, 1973 3) 中井・村山, 曲線箱桁橋の設計法について, 本報告集

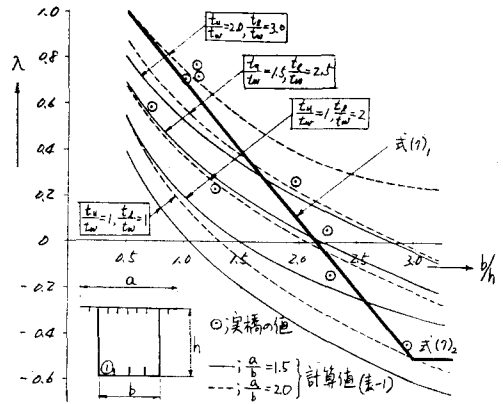


図-3 箱桁橋の λ 値

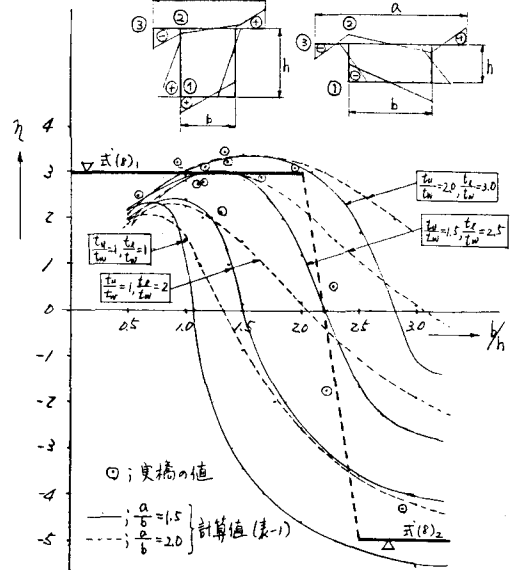
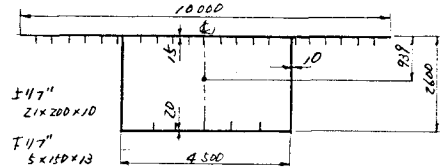


図-4 箱桁橋の η 値



$K (\text{cm}^4)$	0.1240×10^8	$M_T (\text{t}\cdot\text{m})$	-174.00
$J_{\omega} (\text{cm}^6)$	6.2687×10^{12}	$m_T (\text{t}\cdot\text{m})$	-4.38

図-5 連続箱桁橋の断面図

荷重	L荷重 (TT-43荷重含む)	
着目点	中央径間中央	中間支点
曲げモーメント	595.1	-354.8
曲げモーメントによるねじり応力 ⁽¹⁾	49.2	-55.1
提案式によるねじり応力	59.3	-68.6
iDRによるねじり応力 ⁽²⁾	96.7	-114.3

$$\eta = 3.00 \quad \lambda = 0.26 \quad (\text{単位: } \text{kg/cm}^2)$$

表-3 連続箱桁橋のそりねじり応力