

北見工業大学 正員 奥村 勇
北海道大学 正員 芳村 仁

1. まえがき 半無限体に埋込まれた丸棒の解析は、以前より、構造物—地盤の静的及び動的相互作用の問題として数多く取扱われている。島海¹⁾、山本²⁾の研究においては、基礎（或いは杭）を水平に輪切りにし、各リングに着目して2次元的に解析しているようであるが、その解析方法では、各リング相互の力の受け渡しは明らかにされず、また水平力が基礎頂部に作用していることを考えれば、2次元の取扱では基礎と半無限体との3次元の挙動は明らかにされないように思われる。また、Tajimi³⁾は動的解析も行っているが、その解析方法においては、鉛直方向の変位成分が無視されている。

この報告は、前回の⁴⁾に引き続くものであるが、丸棒と半無限体との3次元の弾性挙動を明らかにする目的で、今回は主として、丸棒の側圧分布、断面力および側面変位に注目して解析したものである。解析に先立ち、次の仮定を設ける。1) 半無限体は均質・等方弾性体とする。2) 丸棒の長さはその半径に比して十分長いと考え、半無限とする。3) 丸棒と半無限体との変位及び応力は連続するものとする。

2. 解析方法 3次元弾性論における一般化されたNeuberの解を用いることにすると、三つの変位成分 u_r , u_θ 及び u_z は前回報告した応力関数より求められる。各々の変位成分が求められれば、応力成分は必ずしも応力の関係式より容易に求められる。一例として、丸棒及び半無限体の半径方向の変位成分 u_r 及び u_{rz} について示すと次のようである。

$$2G_1 u_{r1} = \cos \theta \sum_{s=1}^{\infty} (1/2) e^{-\lambda_s z} \left\{ J_0(\lambda_s r) \left\{ 3a_s/d_s + G_s(d_s z - 1 + 2\nu_1) \right\} + J_2(\lambda_s r) \left\{ a_s/d_s - G_s(d_s z - 1 + 2\nu_1) \right\} \right\} + \cos \theta \int_0^{\infty} (1/2) \left\{ I_0(\beta r) + I_2(\beta r) \right\} \left\{ -F(\beta) \right\} \left\{ 2(3-4\nu_1) I_0(\beta r) + 2(5-4\nu_1) I_2(\beta r) - 4\beta r I_1(\beta r) \right\} - 4\beta E(\beta) \cdot 2I_1(\beta r)/(\beta r) \right\} \cos \beta z d\beta \cdots (1)$$

$$2G_2 u_{rz} = \cos \theta \sum_{s=1}^{\infty} (1/2) e^{-\lambda_s z} G'_s(\lambda_s z - 1 + 2\nu_2) \left\{ C_0(\lambda_s r) - C_2(\lambda_s r) \right\} + \cos \theta \int_0^{\infty} (-1/2) \left\{ \beta D'(\beta) \cdot \left\{ K_0(\beta r) + K_2(\beta r) \right\} + F'(\beta) \left\{ 2(3-4\nu_2) K_0(\beta r) + 2(5-4\nu_2) K_2(\beta r) + 4\beta r K_1(\beta r) \right\} - 4\beta E'(\beta) \cdot 2K_1(\beta r)/(\beta r) \right\} \cos \beta z d\beta \cdots (2)$$

式 (1) 及び式 (2) に含まれる未知定数 G_s , G'_s 及び未知関数 $D(\beta)$, $F(\beta)$, $E(\beta)$, $D'(\beta)$, $F'(\beta)$ 及び $E'(\beta)$ は丸棒の端面、半無限体の表面における境界条件及び丸棒と半無限体との接触面における連続条件よりそれぞれ数値的に求められるものである。また、式 (2) に含まれる助変数 $\lambda_s = \delta_s/a$ は丸棒の半径 a より十分大きな δ_s (数値計算では $\delta_s = 20a$ としている)

$$J_1'(\delta_s \ell/a) Y_1'(\delta_s) - J_1'(\delta_s) Y_1'(\delta_s \ell/a) = 0 \cdots (3)$$

より求められる根であり、また円柱関数 $C_n(\lambda_s r)$, ($n=0, 1, 2$) は

$$C_n(\lambda_s r) = J_n(\lambda_s r) - \left\{ J_1'(\delta_s)/Y_1'(\delta_s) \right\} Y_n(\lambda_s r), \quad (n=0, 1, 2) \cdots (4)$$

と定義されたものである。

側面 ($r=a$) における加圧方向の変位 $U(a, \theta, z)$ は次の様に表わされる。

$$U(a, \theta, z) = (u_{r1})_{r=a} \cdot \cos \theta - (u_{\theta 1})_{r=a} \cdot \sin \theta = [P/(G_1 \pi a)] \cdot (1/2) (a/d)^2 \left\{ (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \sum_{s=1}^{\infty} e^{-\lambda_s z} J_1(\lambda_s)/\lambda_s^2 \left\{ \bar{a}_s - \lambda_s \bar{G}_s(d_s z - 1 + 2\nu_1) \right\} + (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \cdot \int_0^{\infty} (1/2) I_2(\beta') \left\{ \beta' \bar{D}(\beta) + 4\beta' \bar{E}(\beta) - 2(5-4\nu_1) \bar{F}(\beta) \right\} \cos \beta z d\beta' + \int_0^{\infty} (1/2) I_0(\beta') \cdot \left\{ \beta' \bar{D}(\beta) - 4\beta' \bar{E}(\beta) - 2(3-4\nu_1) \bar{F}(\beta) \right\} \cos \beta z d\beta' \right\} \cdots (5)$$

また、加圧方向の側圧 $p(z)$ は次の様に表わされる。

$$p(z) = \int_0^{2\pi} \{ (G_{r1})_{r=a} \cos \theta - (T_{\theta r1})_{r=a} \sin \theta \} a d\theta = [P/(\pi a)] \cdot \pi (a/d)^2 \left\{ \sum_{s=1}^{\infty} (-1)^s e^{-\lambda_s z} J_1(\lambda_s) \right. \\ \cdot \{ 2\bar{a}_s + \lambda_s \bar{G}_s(a, z-1) \} + \int_0^{\infty} \beta' [\beta' \bar{D}(\beta) I_1(\beta') - 2\bar{F}(\beta) \{ (3-2\nu_1) I_1(\beta') - \beta' I_0(\beta') \} \\ \left. - 2\beta' \bar{E}(\beta) I_1(\beta') \} \cos \beta z d\beta' \right\} \dots \dots \dots (6)$$

及び、丸棒の断面における加圧方向のせん断力 $Q(z)$ は次の様に表わされる。

$$Q(z) = \int_0^{2\pi} \int_0^a \{ (T_{rz1}) \cos \theta - (T_{\theta z1}) \sin \theta \} r dr d\theta = [P] (a/d)^2 (-1) \left\{ \sum_{s=1}^{\infty} (1/\lambda_s) e^{-\lambda_s z} J_1(\lambda_s) \right. \\ \cdot (2\bar{a}_s + \lambda_s \bar{G}_s(a, z)) + \int_0^{\infty} [\beta' \bar{D}(\beta) I_1(\beta') - 2\bar{F}(\beta) \{ (3-2\nu_1) I_1(\beta') - \beta' I_0(\beta') \} \\ \left. - 2\beta' \bar{E}(\beta) I_1(\beta') \} \sin \beta z d\beta' \right\} \dots \dots \dots (7)$$

ここで、未知定数および未知関数の上に付した一は式 (1) に含まれる同じ未知量の無次元量を意味する。また、 β' は $\beta' = \beta a$ 、 P は丸棒の先端に作用する水平力であり、 $P = p_0 \cdot \pi d^2$ である。

3. 解析結果 始めに、応力の収束性を検討するために、 $G_1 = G_2$ 、 $\nu_1 = \nu_2 = 0.25$ 、 $d/a = 0.4$ として、半ば並に松岡の計算結果と比較したところ、表面近くの応力の値の大きな所では有効数字3桁一致しているようであり、応力の収束は良好であると判断した。図-1 及び図-2 に示した計算結果は、級数の項数を S について 40 項取り、半無限積分は、 $10^7 a \sim 170 a$ の区間を 1599 不等分割して数値積分により求めたものである。また、 $G_2/G_1 = 0.10$ 、 $\nu_1 = 0.17$ 、 $\nu_2 = 0.45$ 及び $d/a = 0.4$ とした。図-1 に示した様に、丸棒の加圧方向の側圧 p 及び断面の加圧方向のせん断力 Q の分布は深さ方向にすみやかに減少するが、端面近くのせん断力 Q はかなり大きな値を示し、鳥海の解析方法に見られるリングカ近似的に側圧のみで力の受け渡しを行っているような考え方は地表面近くでは適用できない様に思われる。また、山本は地表下 200cm 以下を対象として、リングの圧縮面のみに部分等分布荷重を作用させて、静的水平地盤係数を求めているが、図-1 に示した様に加圧方向の側圧 p は $z = 4a$ 以下ではほぼ 0 となり、半無限体を近似的に地盤とみなした場合には、実際に重要となる地盤反力は地表下 $z = 4a$ 程度迄である様に思われる。図-2 に示した様に、丸棒の側面の加圧方向の変位 $U(a, 0, z)$ の深さ方向における減少は側圧およびせん断力の減少に比して幾分遅いようである。式 (15) 及び式 (16) を用いて、半無限体の表面 ($z = 0$) における $K_H = P(0)/U(a, 0, 0)$ を求めてみると大凡 $K_H = -8.7 G_2$ (但し、 $\nu_1 = 0.17$ 、 $\nu_2 = 0.45$ 、 $G_2/G_1 = 0.10$) である。

1) 鳥海 勲：水平力を受ける深い基礎の盤反力と変位計算法，福井大学工学部研究報告，第 14 巻，第 2 号，1966

2) 山本鎮男：杭のある構造物のロッキング振動 (その 1)，日本建築学会論文報告集，第 125 号，1966

3) Tajimi, H.: Dynamic analysis of a structure embedded in an elastic stratum, 4th World Conference on Earthquake Engineering, 1969

4) 土木学会第 31 回年次学術講演会，第 1 部，I-14，1976

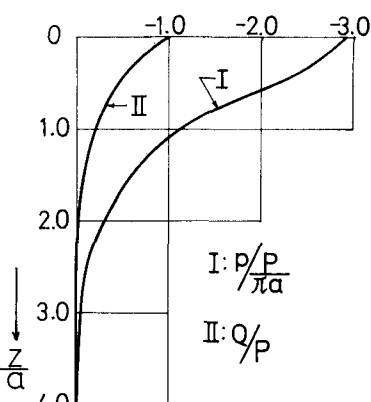


図-1 丸棒の側圧分布と断面の加圧方向のせん断力の分布 ($\nu_1 = 0.17$ 、 $\nu_2 = 0.45$ 、 $G_2/G_1 = 0.10$)

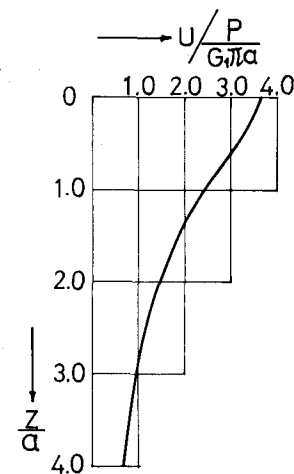


図-2 丸棒の $\theta = 0$ の側面における加圧方向の変位