

§1. 前言. 軸力と曲げモーメントを受ける円形鉄筋コンクリート断面の解法は断面半径 r を仮定してから応力を求めるのが従来であるが設計 σ_s にピッタリ回では到達出来ない筆者は任意の設計 σ_s を満す断面半径 r を一発で求める r の3次方程式を開発したので発表する。

§2. 断面 ab (Fig.1)に生ずる垂直応力。

C …コンクリートと鉄筋の圧縮応力の合計。 T …鉄筋引張応力の合計。 N …偏心 e をもち軸力。 然るとき $C = N + T$ …(2.1)。

$C = \frac{\sigma_c}{x} [G_c + n \cdot G_s]$ …(2.2), 但し G_c …圧縮部コンクリートの中立軸 mn に対する断面1次モーメント, G_s …圧縮部鉄筋の中立軸 mn に対する断面1次モーメント,

$T = \frac{\sigma_s}{x} (n \cdot G_s)$ …(2.3), G_s …引張鉄筋の中立軸に対する断面1次モーメント, $\therefore \frac{\sigma_c}{x} [G_c + n \cdot G_s]$

$= N + \frac{\sigma_s}{x} (n \cdot G_s)$ …(2.4)となる。 ところで

軸力 N について $N = \sigma_s \cdot A_s' = \frac{\sigma_s}{n} \cdot n \cdot A_s' = \frac{\sigma_s}{n} \cdot \frac{1}{Z} \cdot Z \cdot n \cdot A_s' = \frac{\sigma_s}{x} \cdot Z \cdot A_s'$ …(2.5)とあくと(2.4)式は $\frac{\sigma_c}{x} [G_c + n \cdot G_s] = \frac{\sigma_s}{x} [Z \cdot n \cdot A_s' + n \cdot G_s]$ …(2.6) $\therefore G_c = n(G_s' - G_s + Z \cdot A_s') = n(A_s' \cdot \epsilon_0 + Z \cdot A_s')$ …(2.7), 但し $\epsilon_0 = r \cdot \cos \alpha$, $A_s = A_s' + A_s''$ …全鉄筋area, $Z = r \cdot \cos \alpha + r_s$

§3. 中立軸 mn に関する内力、外力のモーメント釣合式

$-N(e - \epsilon_0) + \frac{\sigma_c}{x} I_c + \frac{\sigma_c}{x} \cdot n \cdot I_{mns} + \frac{\sigma_s}{x} n \cdot I_{mns}' = 0$ …(3.1), I_c …圧縮部コンクリートの中立軸 mn に関する断面2次モーメント, I_{mns} …圧縮部鉄筋について, I_{mns}' …引張鉄筋についての I , (3.1)より $N \cdot e = \frac{\sigma_c}{x} [I_c + n \cdot I_{mns}] + N \cdot \epsilon_0$ …(3.2), 但し I_{mns} …全鉄筋の中立軸 mn に対する2次モーメント。 §4. N と A_s , σ_s の関係式。

G_c を積分によって求めると $G_c = r^3 \left\{ \frac{1}{3} (\sin \alpha) (2 + \cos^2 \alpha) - \alpha \cdot \cos \alpha \right\}$ とあるから(2.7)式と比較して, equal $n \cdot (A_s' \cdot \epsilon_0 + Z \cdot A_s')$ …(4.1), (4.1)式を整理して $A_s = \frac{1}{n} r^2 \left\{ (2 + \cos^2 \alpha) \cdot \frac{1}{3} \tan \alpha - \alpha \right\} - \frac{N}{\sigma_s} \cdot \frac{m(1+\mu)}{m-n\mu}$ …(4.2), 但し $\cos \alpha = \frac{m-n\mu}{m+n}$, $m = \frac{\sigma_s}{\sigma_c}$, $\mu = \frac{r_s}{r}$, ところで $n \cdot I_{mns} = n \cdot A_s \left\{ (r-x)^2 + \frac{1}{2} (r_s^2) \right\}$ …(4.3), $I_c = \frac{1}{12} r^4 \left\{ (-13 - 2 \cos^2 \alpha) \sin \alpha \cdot \cos \alpha + 3 \alpha (1 + 4 \cos^2 \alpha) \right\}$ …(4.4)とあり(4.3), (4.4)を(3.2)式に用いると

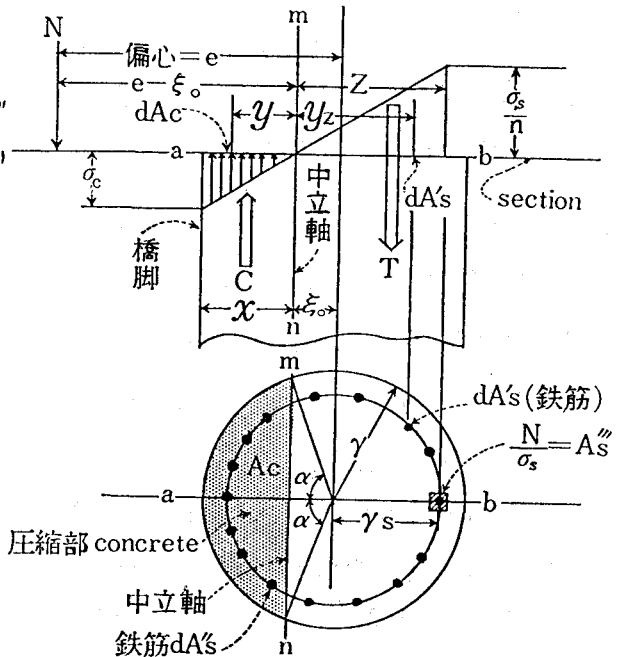


Fig. 1

$$N \cdot e = \frac{\frac{\sigma_s}{n} \times \frac{r(1-\cos\alpha)}{r(\cos\alpha+\mu)}}{r \cdot (1-\cos\alpha)} \times \left\{ \frac{1}{12} r^3 \{ (\sin\alpha \cdot \cos\alpha)(-13-2\cos^2\alpha) + 3\alpha(1+4\cos^2\alpha) \} + n \cdot A_s \times \left[(r-x)^2 + \frac{1}{2} (r_s)^2 \right] \right\} + N \cdot \bar{e} \dots (4.5),$$
 ここで $n \cdot A_s = (4.2)$ を用いると $N \cdot e = \frac{\sigma_s}{n} \cdot \frac{1}{\cos\alpha+\mu} \times r \times \left\{ r^2 \left\{ \frac{1}{24} (-13-2\cos^2\alpha) \sin 2\alpha + \alpha \left(\frac{1}{4} + \cos^2\alpha \right) \right\} + \left\{ \frac{1}{3} (2+\cos^2\alpha) \tan\alpha - \alpha \right\} \times \frac{1}{2} (2\cos^2\alpha + \mu^2) \right\} - n \cdot A_s'' (1+\mu \cdot \frac{1}{\cos\alpha}) \times \frac{1}{2} (2\cos^2\alpha + \mu^2) \right\} + N \cdot r \cos\alpha \dots (4.6),$
 (4.6) は (2.4) と (3.2) から鉄筋量 A_s を消去した事であり全く新しい発想であり、それは (2.4) 式から (2.7) 式を誘導したからである。

§5. 断面半径 r の方程式. Fig 1 の stress の直線分布から $x = (r+\mu \cdot r) \times \frac{\sigma_s/n}{\frac{\sigma_s}{m} + \frac{\sigma_s}{n}}$
 $= (1+\mu) \frac{n}{m+n} r \dots (5.1),$ したがって $m \equiv \frac{\sigma_s}{\sigma_c}, x = r(1-\cos\alpha) \dots (5.2) \therefore m = \frac{(\cos\alpha+\mu) \cdot n}{1-\cos\alpha} \dots (5.3)$
 (4.6) 式中の1部を展開整理すると $-\frac{\sigma_s}{n} \cdot \frac{1}{\cos\alpha+\mu} \cdot r \cdot n \cdot A_s'' (1+\mu \cdot \frac{1}{\cos\alpha}) \times \frac{1}{2} (2\cos^2\alpha + \mu^2) + N \cdot r \cos\alpha = -N \left\{ \frac{\mu^2}{2\cos\alpha} \right\} \dots (5.4)$ であってこれを (4.6) 式に入れて整理すると
 $\frac{\sigma_s}{n} \cdot \frac{m+n}{m(1+\mu)} \left[(-13-2\cos^2\alpha) \cdot \frac{1}{12} \sin\alpha \cdot \cos\alpha + \alpha \left(\frac{1}{4} + \cos^2\alpha \right) + \left\{ (2+\cos^2\alpha) \cdot \frac{1}{3} \tan\alpha - \alpha \right\} \times \frac{1}{2} (2\cos^2\alpha + \mu^2) \right] r^3 - N \left\{ \frac{\mu^2}{2\cos\alpha} \right\} r - N \cdot e = 0 \dots (5.5),$ $\cos\alpha = \frac{m-n \cdot \mu}{m+n} \dots (5.6)$
 (5.5) 式は断面半径 r を定める式で、 σ_s の値と $N, N \cdot e$ を含んでいる。

§6. 計算例. 軸力 $N = 497,522 \text{ kg}$, 断面に作用する曲モーメント $N \cdot e = 194,094,000 \text{ kg} \cdot \text{cm}$ のとき断面(円形)半径 r を設計せよ. (解) $\frac{\sigma_s}{\sigma_c} = m = 30, \frac{r_s}{r} = \mu = 0.9, n = 15, \sigma_s = 2,400 \text{ kg/cm}^2$ としたものとす. (5.6) 式より $\cos\alpha = \frac{30-15 \times 0.9}{30+15} = 0.3666, \sin\alpha = 0.9304, \alpha = 1.19552 \text{ radian}$
 $\frac{\sigma_s}{n} \cdot \frac{m+n}{m(1+\mu)} = \frac{2,400 \text{ kg/cm}^2}{15} \cdot \frac{45}{30 \times 1.9} = 106.67, (-13-2\cos^2\alpha) \cdot \frac{1}{12} \sin\alpha \cdot \cos\alpha = -0.3777, \alpha \left(\frac{1}{4} + \cos^2\alpha \right) = 0.4596,$
 $\left\{ (2+\cos^2\alpha) \cdot \frac{1}{3} \tan\alpha - \alpha \right\} \times \frac{1}{2} (2\cos^2\alpha + \mu^2) = 0.3292, -N \left\{ \frac{\mu^2}{2\cos\alpha} \right\} r = -549,513 r.$
 $\therefore 51,994 r^3 - 549,513 r - 194,094,000 \text{ kg} \cdot \text{cm} = 0 \dots (6.1)$ となる. (6.1) の左辺 $= Y$ とおくと $\frac{dY}{dr} = 0$ より $r = \pm 59.4 \text{ cm}$ ($Y_{r=59.4 \text{ cm}} = -10 \times 21, Y_{r=-59.4 \text{ cm}} = -10 \times 1.7$, これは (6.1) 式は r 軸と1回交わることを示す. $r = 170 \text{ cm}, r = 180 \text{ cm}$ で r 軸と交る. $\therefore r = 177.4 \text{ cm} = 178 \text{ cm}$ と決定する. 鉄筋量 $A_s = \frac{r^2}{n} \left\{ (2+\cos^2\alpha) \cdot \frac{1}{3} \tan\alpha - \alpha \right\} - \frac{N}{\sigma_s} \frac{m(1+\mu)}{m-n \cdot \mu} = 573 \text{ cm}^2$ と決定される。

§8. 結言. 筆者の(5.5)式以外の従来の慣行法では先づ断面半径 r を仮定せざるを得ない. $\cos\alpha$ を定めねば、 $\frac{\sigma_s}{\sigma_c}$ のみしか関与し得ないから、仮定した半径 r では改めて σ_s を計算してみなければ、超過か不足が不明である。再計算の余裕がなく σ_s をうんと余った断面と鉄筋量で決定することもある。電卓の普及した今日 (5.5) 式は一見長すぎる様であるが、1回の計算で間に合い試算繰返しの毎度から解放されることと償われるとおもいます。広く活用されますことを念願するものであり一層の御教示を得たいとおもいます。(1976.5.22)