

V-20 モルタルコンクリート中の気泡分布構造の確率統計的解析手法

岐阜大学 正 大坂文彦
リ。森本博昭

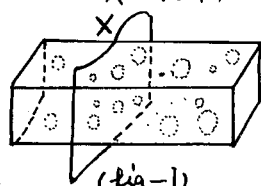
1. 研究目的

モルタル、コンクリート中に連行された空気泡の量と分布状態などがその物性に大きな影響を与えることが知られている。従来検討された連行空気泡に関する因子としては空気量(量的因子)のみに限られたものが多い。また質的因子(気泡の分布構造など)を取り上げた研究においてもその取り扱いが不十分なものが多い。第1点として、因子として取り上げられる気泡分布は断面の観測より得られた分布データ(二次元的)のままであり実際の気泡球の分布構造(三次元的)とはかなり差異があるものと考えられる。さらに第2点として、気泡球の分布構造の特性(半径、表面積、体積、気泡間距離などの確率密度曲線、平均、分散および空気量)とモルタル、コンクリートの物性との関係性についての検討が不十分である事などが主なものとして上げられる。

本研究はモルタルコンクリートの物性と気泡球の分布構造との関係を検討するために必要となる三次元的な空気泡の分布構造を推定するための確率統計的手法について述べたものである。なお、本研究に於ては断面にあらわれる空気泡を気泡孔と称し、気泡孔を立体的に取りあつかう場合には気泡球と称することにする。

2. 気泡球の半径分布の解析

Fig-1に示すように気泡球を含むセメント硬化体を任意の平面Xで切断する時X平面上には大小さまざまな気泡孔が現われる。すなわちX平面は通常我々が観察するモルタルコンクリートの断面である。気泡球の半径を r とし r の確率密度曲線、平均および分散をそれぞれ $f(r)$, $\bar{r}$, σ_r^2 X平面に現われる気泡孔の半径を s とし s の確率密度曲線、平均および分散をそれぞれ $f(s)$, $\bar{s}$, σ_s^2 とする。まず半径($r \sim r+dr$)の範囲の大きさの気泡球がX平面で($x \sim x+dx$)の範囲に位置する確率 $P(r, x)$ を求める。



ここで x はFig-2に示すように気泡球の位置を表わす変数である。 $(0 < x < 2r)$

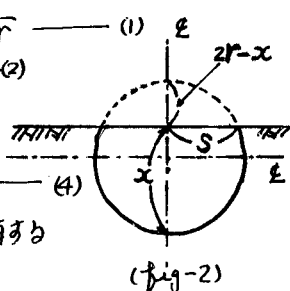
さてX平面に現われる気泡球の半径が r である確率は $P(r) = r \cdot f(r) dr / \bar{r}$ (1)

また半径 r の気泡球が x の位置を占める確率は $P(x) = dx / 2r$ (2)

従って $P(r, x) = f(r, x) dr dx = f(r) dr dx / 2\bar{r}$ (3)

ここに $0 < x < 2r$, $0 < r < \infty$ 次にFig-2から明らかになるように r , x と断面に現われる気泡孔の半径 s の間には次式が成立する。 $s^2 = x(2r - x)$ (4)

今、 $s \leq a$ すなわち $\sqrt{x(2r - x)} \leq a$ なる a を考へて a より小さい半径 s を有する気泡孔の分布する確率 $P(s \leq a) = F(s \leq a)$ は式(3)を用いて



$$P(s \leq a) = F(s \leq a) = \int_{x(2r-x) < a^2} f(r, x) dr dx = \frac{1}{2\bar{r}} \int_{x(2r-x) < a^2} f(r) dr dx \quad (5)$$

積分区域に注目して上式は次のように変換できる。

$$F(s \leq a) = \frac{1}{2\bar{r}} \int_{x(2r-x) < a^2} f(r) dr dx = \frac{1}{\bar{r}} \left\{ \int_0^{\infty} r f(r) dr - \int_a^{\infty} \sqrt{r^2 - a^2} f(r) dr \right\} = 1 - \frac{1}{\bar{r}} \int_a^{\infty} \sqrt{r^2 - a^2} f(r) dr \quad (6)$$

式(6)において $f(r)$ を仮定し、 $\left[\frac{1}{2\bar{r}} F(s \leq a) \right]_{a=0} = f(s)$ (7) から $f(s)$ を算出する。切断面における気泡孔の測定と対比すれば、 $f(r)$ の関数型としては本研究の結果では、後述するように、モルタルコンクリートの場合、指数型の減少分布関数がよく適するようである。

3. 気泡球の表面積および体積分布の解析

気泡球半径の確率密度関数 $f(r)$ から表面積 A および体積 V の確率密度関数 $f(A)$, $f(V)$ は $A=4\pi r^2$, $V=\frac{4}{3}\pi r^3$ の変数変換を行うことにより求まる。すなわち

$$f(A) = f(r) \left| \frac{dr}{dA} \right| = \frac{1}{4\pi A} f(\sqrt{A/4\pi}) \quad (7), \quad f(V) = f(r) \left| \frac{dr}{dV} \right| = \frac{1}{\sqrt{36\pi V^2}} f(\sqrt[3]{36\pi V}) \quad (8)$$

4. モルタル、コンクリートに対する $f(r)$ の型および解析例

前述のように式(6)より $f(r)$ の型を推定するにはまず $f(r)$ を仮定しなければならない。そこで本研究では $f(r)$ として指数関数を仮定した。すなわち $f(r) = \lambda e^{-\lambda r}$ (9) (λ : 正実数, $\int_{-\infty}^{\infty} f(r) dr = 1$)

式(9)を式(6)に代入して $F(S \leq a) = 1 - \lambda^2 \int_a^{\infty} \sqrt{r^2 - a^2} \cdot e^{-\lambda r} dr$ (10) ($\bar{r} = \int_0^{\infty} r f(r) dr = \frac{1}{\lambda}$)

(10)で $r-a=r'$ とおいて $F(S \leq a) = 1 - \lambda^2 \int_0^{\infty} \sqrt{r'^2 + 2ar'} \cdot e^{-\lambda(r'+a)} dr' = 1 - \lambda^2 e^{-\lambda a} \int_0^{\infty} \sqrt{r'^2 + 2ar'} \cdot e^{-\lambda r'} dr'$ (11)

式(11)を参照して $f(s) = \left[\frac{\partial F}{\partial a} \right]_{a=s} = \left[\lambda^2 e^{-\lambda a} \int_0^{\infty} \sqrt{r'^2 + 2ar'} \cdot e^{-\lambda r'} dr' - \lambda^2 e^{-\lambda a} \frac{\partial}{\partial a} \int_0^{\infty} \sqrt{r'^2 + 2ar'} \cdot e^{-\lambda r'} dr' \right]_{a=s}$ (12)

ここに L : ラプラス変換子, $g(r') = \sqrt{r'^2 + 2ar'}$, $\frac{\partial g(r')}{\partial a} = \frac{r'}{\sqrt{r'^2 + 2ar'}}$

従って $f(r)$ として式(9)を与えた時の $f(s)$ は式(12)より算出することができる。しかし式(12)を厳密に計算することは困難であるので本研究では $g(r')$ および $\frac{\partial g(r')}{\partial a}$ をラプラス変換可能な関数で近似した。すなわち

$$g(r') = \sqrt{r'^2 + 2ar'} \approx C_1 r'^{C_2}, \quad \frac{\partial g(r')}{\partial a} = \frac{r'}{\sqrt{r'^2 + 2ar'}} \approx C_1' r'^{C_2'} \quad (13)$$

ここで定数 $(C_1 \sim C_2')$ は $a(s)$ の関数であり本研究では $f(s)$ を求める s の座標各点に於て最小二乗法を適用することにより求めた。式(13)を式(12)に代入して $f(s) = \left[\lambda^2 e^{-\lambda a} \left\{ L(C_1 r'^{C_2}) - L(C_1' r'^{C_2'}) \right\} \right]_{a=s}$

$$= \left[\lambda^2 e^{-\lambda a} \left\{ C_1 \frac{\Gamma(C_2+1)}{\lambda^{C_2+1}} - C_1' \frac{\Gamma(C_2'+1)}{\lambda^{C_2'+1}} \right\} \right]_{a=s} \quad (14) \quad \text{ここに } \Gamma(x): \text{ガンマ関数}$$

Fig-3は $\lambda=4.0 \sim 0.5$ に対する式(14)より算出した $f(s)$ の値であり図から明らかなように λ が小さくなると極大値は減少し、極大値を与える s (気泡球半径) の値は右方へ移動することがわかる。この確率密度曲線 $f(s)$ の与える傾向は従来実験より観察された $f(s)$ (ヒストグラム) とよく合致しており従って $f(r) = \lambda e^{-\lambda r}$ と仮定すれば各種条件の変化による気泡球分布構造の変化をパラメーター λ でよく説明することができる。 $f(r) = \lambda e^{-\lambda r}$ とすると表面積、体積の密度関数は式(7)(8)より

$$f(A) = \frac{1}{4\pi A} \cdot \lambda e^{-\lambda \sqrt{A/4\pi}}, \quad f(V) = \frac{1}{\sqrt{36\pi V^2}} \cdot \lambda e^{-\lambda \sqrt[3]{36\pi V}} \quad (15)$$

となる。又、半径、表面積、体積の

平均、分散なども直ちに算出できる。Fig-4はAE

コンクリート断面観測による気泡球半径のヒストグラ

ムに対して $\lambda=2.45$ として式(14)より算出した $f(s)$

と対比させたものであり両者はよく合致しており従

て、三次元的な気泡球半径の確率密度関線は、

$$f(r) = 2.45 e^{-2.45 r} \text{ (Fig-5) と推定される。}$$

・文献(1) 永倉、コンクリートの凍結抵抗性

関する研究、電機学研 536

