

信州大学工学部 学生員 松崎敏彦
信州大学工学部 正員 奥谷 巖

1 はえがき 都市内における道路網は、道路の交通容量を上回った交通が流れ、交通渋滞が生じている。今までの交通量配分はこういった交通渋滞時はまったく考慮されず、自由走行時のみ取り扱われてきた。そこで本文では交通渋滞時を含めた交通量配分を行うために交通密度を用いたJorgensenの等時間原則配分を証明した。

2 定式化 記号を次のように定義する。

S^i : O Dペア i の交通量 X_g : O Dペア i のルート g の交通量 X_k : リンク k の全交通量

K_k : リンク k の交通密度 K_{kj} : リンク k の最大交通密度 T_k : リンク k の走行時間

リンク k の交通量と交通密度の関係を、 $X_k = g_k(K_k)$ (1)で表わす。

$P_k = \begin{cases} 1: \frac{dX_k}{dK_k} < 0 \text{ なるリンク} k \text{ のとき} \\ 0: \frac{dX_k}{dK_k} \geq 0 \text{ なるリンク} k \text{ のとき} \end{cases}$ $P_{gk} = \begin{cases} 1: \text{O Dペア} i \text{ の経路} g \text{ がリンク} k \text{ を経由するとき} \\ 0: \text{O Dペア} i \text{ の経路} g \text{ がリンク} k \text{ を経由しないとき} \end{cases}$

$S^i = \sum_g X_g$ $\sum_g \sum_k P_{gk} X_g = g_k(K_k)$ (2)が成り立ち $X_g \geq 0$ (3)でなければならぬ。

走行時間関数を $T_k = f_k(g_k(K_k))$ (4)で表わすと、等時間配分は条件式(2), (3)のもと、目的関数

$$F = -\sum_k \int_0^{X_k} f_k(X) dX = -\sum_k \int_{P_k K_{kj}}^{K_k} f_k(g_k(K)) \frac{d g_k}{d K} dK \quad (5)$$

を最大にすることと等価である。以下これを説明する。次のようにラグランジュ関数をつくる。

$$\phi = -\sum_k \int_{P_k K_{kj}}^{K_k} f_k(g_k(K)) \frac{d g_k}{d K} dK - \sum_i \lambda^i (S^i - \sum_g X_g) - \sum_k \mu_k (\sum_g \sum_k P_{gk} X_g - g_k(K_k)) \quad (6)$$

フーン・タッカーの定理を用いると、 $P_k = 0$ なるリンク k のとき、 $X_g = 0$ に対して、 $X_g \leq \sum_k \mu_k P_{gk}$ であるから、 $X_g \leq \sum_k \mu_k P_{gk} \leq \sum_k f_k(g_k(K_k)) P_{gk}$ (7) $X_g > 0$ に対して、 $X_g = \sum_k \mu_k P_{gk}$ であり、 $K_{kj} > 0$ なるリンク k について、

$K_k > 0$ であるから、 $\mu_k = f_k(g_k(K_k))$ (8) $\therefore X_g = \sum_k \mu_k P_{gk} = \sum_k f_k(g_k(K_k)) P_{gk}$ (9)

$P_k = 1$ なるリンク k のとき、 $X_g = 0$ に対して、 $X_g \leq \sum_k \mu_k P_{gk}$ $\mu_k \geq f_k(g_k(K_k))$ であるが、 $X_{gk} = 0$ なるリンク k に対して、 $K_k > 0$ より $\mu_k = f_k(g_k(K_k))$ であるから $X_g \leq \sum_k \mu_k P_{gk} = \sum_k f_k(g_k(K_k)) P_{gk}$ (10) $X_g > 0$ に対して

$X_g = \sum_k \mu_k P_{gk}$ であり、 $K_{kj} > 0$ なるリンク k について、 $K_k > 0$ であるから $\mu_k = f_k(g_k(K_k))$

$\therefore X_g = \sum_k \mu_k P_{gk} = \sum_k f_k(g_k(K_k)) P_{gk}$ (11)

以上から X_g は、O Dペア i の経路 g に沿った走行時間を表わしている。(9), (11)式より実際に交通が流れている経路においては、その走行時間はすべて等しいことがわかる。また(7), (10)式より交通が流れていない経路の走行時間は、流れている経路のそれよりも大きいことがわかる。以上より渋滞時を含めた場合でも、(5)式を最大にすることは、等時間配分と等価であることがわかる。また今までの説明は、経路 g のリンク k がすべて自由走行時の時と、渋滞時の時と別々に説明してきたが、自由走行時、渋滞時のリンク k が混在する経路 g において、(7)~(11)式より説明できる。

3 おわりに

自由走行時、渋滞時の交通が流れた場合、目的関数(5)式を最大にするアルゴリズムを確立することが、今後の研究となる。

参考文献

- (1) 佐佐木綱 都市交通計画 国民科学社 P314, P315 1974
- (2) 松崎敏彦 交通量配分に関する2,3の考察 信州大学工学部卒業研究 1976.3