Ⅳ－153　交通流モデルのパラメータ推定法に関する研究

北海道大学　正員　佐藤　馨一
国　鉄　〃　錠　秀樹
北海道大学　〃　五十嵐日出夫

1．はじめに　本研究は交通流モデルのパラメータ推定法について考察を加えたものである。このためにまず、既存の交通流モデルが追従方程式を主とする交通動力学的立場から統一されることを示し、さらに非線形交通流モデルがこれら交通流モデルの一般形であることを明らかにした。なお、本研究で言う非線形モデルとは、パラメータを非線形で含むことは当然のこととして、対数等の変換によっても線形にすることのできないモデルをいう。さて、非線形交通流モデルはその性質上、最小二乗法を直接用いてパラメータを推定することはできない。それゆえ、従来の研究ではパラメータを格子法で刻み、最小分散を与える値を試行錯誤的に捜してきた。

しかしながら、この方法では格子間隔によってパラメータの精度があらかじめ決められてしまうという欠陥を有する上に、計算機の容量のための特定のパラメータを固定せざるを得なかった。本研究ではこの問題に焦点をあて、非線形モデルのパラメータを非線形回帰法で直接求めようとしたものである。

2．非線形交通流モデルの誘導　交通動力学の基礎となるのは追従理論であり、前車に追従する車が、前車の加速動作に応じてどのような動きをするかを微分方程式によって表わそうとしたものである。追従理論の一般式として、D.C.Gazis，R.Herman 等は次に示す非線形微分方程式を提唱した。

$$\ddot{x}_{n+1}(t) = \frac{c\cdot\dot{x}^{\ell}_{n+1}(t+T)\cdot[\dot{x}_n(t)-\dot{x}_{n+1}(t)]}{[x_n(t)-x_{n+1}(t)]^m} \qquad (1)$$

ここで $\ddot{x}_{n+1}(t)$ は時刻（t+T）における（n+1）番目の車の加速度、$\dot{x}_{n+1}(t)$ は時刻（t）における（n+1）番目の車の速度、x_{n+1} はある時間内に（n+1）番目の車が走った距離、T は刺激に対する反応遅れであり，c，ℓ、m はパラメータである。ℓ と m のパラメータをそれぞれ変化させて(1)式の微分方程式を解くと表－1のようになる。

表－1　交通流モデル一覧表

$$\ddot{x}_{n+1}(t+T) = \frac{c\cdot\dot{x}^{\ell}_{n+1}(t+T)\cdot[\dot{x}_n(t)-\dot{x}_{n+1}(t)]}{[x_n(t)-x_{n+1}(t)]^m}$$

ℓ = 0

- m > 1：$\bar{v}_s = v_f[1-(k/k_j)^{m-1}]$
  - i) $m=2$　$\bar{v}_s = v_f[1-(k/k_j)]$
    ↳（Greenshields　モデル）
  - ii) $m=3$　$\bar{v}_s = v_f[1-(k/k_j)^{1/2}]$
    ↳（Drew モデル）
  - iii) $m=N+1$　$\bar{v}_s = v_f[1-(k/k_j)^{N}]$
    ↳（N次曲線　モデル）
- m = 1：$\bar{v}_s = v_f\cdot \ln(k_j/k)$
  ↳（Greenberg　モデル）

ℓ = 1　m > 1

- $\bar{v}_s = v_f\cdot e^{-\frac{1}{m-1}(k_c/k)^{m-1}}$
  - i) $m=2$　$\bar{v}_s = v_f\cdot e^{-(k/k_c)}$
    ↳（Underwood　モデル）
  - ii) $m=3$　$\bar{v}_s = v_f\cdot e^{-\frac{1}{2}(k/k_c)^2}$
    ↳（May　モデル）
  - iii) $m=N+1$　$\bar{v}_s = v_f\cdot e^{-\frac{1}{N}(k/k_c)^N}$
    ↳（指数形非線形　モデル）

表－1から非線形モデルである指数型非線形モデルやN次曲線モデルが、そのグループにおける一般形モデルになることが判明した。なお、指数型非線形モデルは本研究の過程において新しく誘導されたモデルである。

3、非線形回帰法　　前節において指数型非線形モデルやN次曲線モデルがそれぞれの交通流グループにおける一般形モデルであることが明らかにされた。このことは指数型非線形モデルやN次曲線モデルのパラメータを直接推定できれば、Underwood モデルや May モデル、Greenshields モデルや Drewモデルは発展的解消をとげることになる。しかしながら、ここに解決しなければならない重大な問題が残されている。それはこれらのモデルは非線形モデルであるので、普通の最小二乗法を用いてパラメータを推定することができないことである。それゆえ、本研究においては非線形モデルのパラメータを非線形回帰法を用いて推定することにした。非線形回帰法の基本的な考え方は次のとおりである。

今、$\bar{v}_s = f(K, v_f, N, K_c) = v_f \cdot e^{-\frac{1}{N}\left(\frac{K}{K_c}\right)^N}$ (2) なる指数型非線形モデル式が与えられたとする。このとき、視察、あるいはその他の方法でパラメータの推定値v_f°、N°、K_c°（初期値）が得られれば、式(2)を（$v_f^\circ, N^\circ, K_c^\circ$）のまわりに1次項までTaylorの級数に展開することができる。すなわち

$$\bar{v}_s = f(K, v_f, N, K_c) \fallingdotseq f(K, v_f^\circ, N^\circ, K_c^\circ) + \frac{\partial f}{\partial v_f}(v_f - v_f^\circ) + \frac{\partial f}{\partial N}(N - N^\circ) + \frac{\partial f}{\partial K_c}(K_c - K_c^\circ) \qquad (3)$$

(3)式は未知の修正項（$v_f - v_f^\circ$）、（$N - N^\circ$）、（$K_c - K_c^\circ$）について線形となっている。そこで(3)式について最小二乗法を適用することができ、その結果最初の推定値（$v_f^\circ, N^\circ, K_c^\circ$）を適正に修正することが可能となる。しかしながら、常にこの方法で非線形モデルの回帰計算ができるとは限らず、初期値の与え方によっては解が発散してしまう場合もある。そこで本研究においては新しく計算されたパラメータによる残差平方和が、前回に推定したパラメータによる残差平方和より大きくなったら、パラメータの修正量を1/2、1/4、1/8にして残差平方和を計算しなおすことにした。以上の回帰計算法によって指数型非線形モデルやN次曲線モデルのパラメータを非常に短時間に、しかも直接推定することが可能となった。

4、回帰計算結果　　表－1にまとめた各種交通流モデルのうち、どのモデルが現実の交通現象と最も良く適合しているかを知るために、実測データを用いてそれぞれ回帰計算を行ない残差平方和や境界条件を調べてみた。

表－2は一般国道231号篠路付近で観測したデータを用いて、各種モデルの回帰式を計算した結果である。調査地点は地方部2車線道路の直線、平坦部、しかも前後2～3km以内には信号機のない個所で、測定は一方向について連続6時間行なったものである。（K＝13～125[台/km]）。

表－2　　回帰計算結果

モデル名	回帰式	回帰法	臨界密度K_c	臨界速度v_c	交通容量Q_c	自由速度v_f	最大密度K_j	残差平方和
Greenshields	$\bar{v}_s = 59.8[1-(\frac{K}{106.7})]$	単純	53.4	29.9	1597	59.8	106.7	1170
Drew	$\bar{v}_s = 86.7[1-(\frac{K}{110.8})^{1/2}]$	〃	49.2	28.9	1422	86.7	110.8	581
N次曲線	$\bar{v}_s = 576[1-(\frac{K}{120.9})^{0.031}]$	非線形	45.6	28.0	1277	576	120.9	394
Greenberg	$\bar{v}_s = 27.7\ln(\frac{122.7}{K})$	単純	45.2	27.7	1252		122.7	397
Underwood	$\bar{v}_s = 85.2e^{-(\frac{K}{38.9})}$	非線形	38.9	31.3	1218	85.2		274
May	$\bar{v}_s = 57.8e^{-\frac{1}{2}(\frac{K}{40.9})^2}$	〃	40.9	35.0	1432	57.8		412
指数型非線形	$\bar{v}_s = 70.9 \cdot e^{-\frac{1}{1.29}(\frac{K}{39.3})^{1.29}}$	〃	39.3	32.3	1269	70.9		231

5、まとめ　　表－2の回帰計算の結果 次のようなことが判明した。

(1) 指数型非線形モデルやN次曲線モデルの二つの非線形モデルは、それぞれのグループにおいて最小の残差平方和を与える。特に指数型非線形モデルの残差平方和は全モデル中最小となった。

(2) N次曲線モデルはモデル式中に自由速度v_fと最大密度K_jを含むので、モデル式としては最も理想的な関数形であると言い得る。しかし、回帰計算の結果、自由速度v_fが576 km/hとおかしな値をもつことが分った。

(3) 指数型非線形モデルは理論的に最大密度K_jを持たないモデルである。しかしながら、自由速度v_fは70.9 km/hとほぼ納得できる値をもつことが分った。交通工学においては、自由速度から臨界速度までを問題とすることが多いので、指数型非線形モデルの方がN次曲線モデルに比べて実用価値は大きいものと考えられるであろう。