Ⅳ−139　交通ネットワークにおける需要−供給均衡理論

岐阜大学　工学部　正員　加藤晃
岐阜大学　工学部　正員　宮城俊彦
パシフィック・コンサルタンツ(株)　正員　○古倉徹三

1．はじめに

交通量予測において，従来の4段階推定法とは別に，経済学の需要と供給の考え方を導入した交通サービスの需要と供給の関係から需要推計をとらえようとする試みが，以前からなされてきた。本研究は，この需要−供給均衡理論に基づいて，各OD間の需要と交通システムのサービスの変数を持つ関数について，分布交通量を固定した場合，変化する場合について均衡交通量を求めるものであり，この手法を中間ノードを含んだ一般的なネットワークの問題にまで拡張し，本手法による解析及び理論的検討を行なった。

2．モデルの定式化

単一のODにおける需要と供給の均衡は，需要関数と供給関数の交点という形で求めることができるが，複数個のODに対するネットワーク全体での需要と供給の均衡は，単に両関数の交点という簡単な形で求めることはできない。このような場合の需要−供給均衡の解析を進めるにあたり，以下のようにネットワーク，交通量等の諸量を定義する。ノードi，jはセントロイドとし，$V_{i,j}$はリンクi−jの交通量，$V_{i,j}^k$は目的地がノードkである交通量とする。

$$V_{i,j} = \sum_k V_{i,j}^k \qquad V_{i,j},\ V_{i,j}^k \ge 0 \qquad (1)$$

V_i^kは発生ノードi，目的地ノードkの発生交通量である。

$$V_i^k = \sum_{\{a_i\}} V_{i,\{a_i\}}^k - \sum_{\{b_i\}} V_{\{b_i\},i}^k \qquad (2)$$

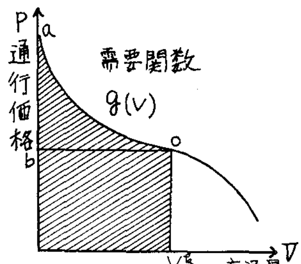
$\{a_i\}$；iからの隣接ノードの集合
$\{b_i\}$；iへ向う隣接ノードの集合

式(2)は流出交通量から流入交通量を引いたものである。ここで，需要関数と供給関数を設定する。V_i^kはサービス水準によって表わされる。サービス水準は一般的には時間，所要費用，快適さ等を含んだ通行価格として表わされるが，ここでは代表として通行時間(t)を考える。

$$V_i^k = d_i^k(t_i^k) \qquad t_i^k \ge 0 \qquad (3)$$

t_i^kはノードiからkまでの通行時間である。また，d_i^kは一般的に単調減少関数であり，逆関数を設定する。

$$t_i^k = \{d_i^k\}^{-1}(V_i^k) = g_i^k(V_i^k) \qquad (4)$$



図−1

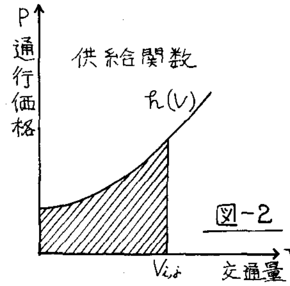
リンクi−jにおける交通量と通行時間との関係は，供給関数として表現され，関数$h(V)$は一般的に単調増加関数である。

$$t_{i,j} = h_{i,j}(V_{i,j}) \qquad (5)$$

いま，通行時間に対し，Wardropの第一原理（等時間フロー）を適応すると以下のようになる。

$$g_i^k(V_i^k) - g_j^k(V_j^k) = h_{i,j}(V_{i,j}) \qquad V_{i,j}^k > 0 \qquad (6)$$

$$g_i^k(V_i^k) - g_j^k(V_j^k) \le h_{i,j}(V_{i,j}) \qquad V_{i,j}^k = 0 \qquad (7)$$



図−2

いま，式(1),(2)の条件下で式(6),(7)を満足する$V_{i,j}^k$を求めることは，需要と供給の均衡を求めることを意味する。これは，以下，式(8)に示すBeckmanが提案した目的関数を最大化する数理計画の問題に変換することができる。

$$H(V) = \sum_m \sum_k \int_0^{V_m^k} g_m^k(x)\,dx - \sum_m \sum_n \int_0^{V_{m,n}} h_{m,n}(x)\,dx \qquad (8)$$

（Vは要素としてすべての$V_{i,j}^k$をもつ）

つまり，式(8)の最大化が均衡解を持つことと等価であり，その最大点におけるV_{ij}^{k} が均衡交通量となる。この問題の解は，数理最適化手法（本研究では勾配法の1階及び2階導関数によるジグザグ方向法を用いた）により唯一に求めることができる。いま，式(8)の傾き成分は以下のようになる。

$$\partial H/\partial V_{ij}^{k} = g_i^k(V_i^k) - g_j^k(V_j^k) - h_{i,j}(V_{i,j}) \qquad (9)$$

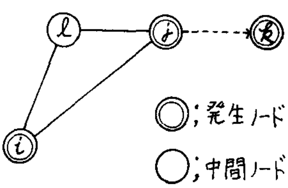
式(6), (7), (9)は均衡状態で次のことを意味している。

$$\partial H/\partial V_{ij}^{k} = 0 \qquad V_{ij}^{k} > 0 \qquad (10) \qquad \partial H/\partial V_{i,j}^{k} \le 0 \qquad (11)$$

ここで，この関係を一般的に拡張して図-3のように中間ノードを含むネットワークの交通を考えてみる。i→l→j の交通を考え，この交通を$V_{i,l,j}^{k}$と表わす。$V_{i,l,j}^{k}$に対する式(8)の傾き成分は以下のようになる。

$$\partial H/\partial V_{i,l,j}^{k} = g_i^k(V_i^k) - g_j^k(V_j^k) - h_{i,l}(V_{i,l}) - h_{l,j}(V_{l,j}) \qquad (12)$$

式(12)はWardropの第一原理を満足した形となり，式(12)より各交通量$V_{i,l}^{k}$，$V_{l,j}^{k}$が求められることは当然である。ここで，i，jは隣接セントロイドを意味する。



図－3

さらに，式(8)のもつ意味を考えてみると，$\int_0^{V_m^k} g_m^k(X)\,dX$ は図-1の斜線の部分に相当し，$\int_0^{h_{m,n}} h_{m,n}(X)\,dX$ は図-2の斜線部分である。そして，ネットワーク上で以下の関係が成立している。

$$\sum_i\sum_k g_i^k(X)\cdot X_i^k = \sum_i\sum_j h_{i,j}(X)\cdot X_{i,j} \qquad (13)$$

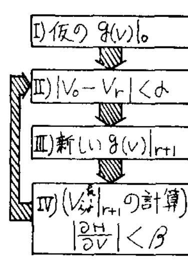
いま，図-1のaobの部分は，経済学でいう消費者余剰の部分に相当する。式(8)，(13)より，

$$H'(\mathbf{V}) = \sum_m\sum_k\int_0^{V_m^k} g_m^k(X)\,dX - \sum_m\sum_n h_{m,n}(X)\cdot X_{m,n} \qquad (14)$$

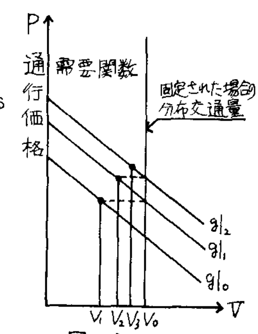
式(14)を最大化することは消費者余剰を最大化するネットワークを作ることと等価である。

3．分布交通量固定の場合

いま，式(8)において分布交通量を固定すると（これをV_0とする），$\int_0^{V_m^k} g_m^k(X)\,dX$ は一意的に定まり，関数$H(\mathbf{V})$の最大化は$\sum_m\sum_n\int_0^{V_{m,n}} h_{m,n}(X)\,dX$の最小化となる。このことは，従来の等時間配分と同じ問題に変換されたことを意味する。また，式(14)は$\sum_m\sum_n h_{m,n}(X)\cdot X_{m,n}$の形となり，総費用最小化問題になる。この関係から，仮の需要関数$(g(v)|_0)$を設定し，図-4に示すような計算を行なう。つまり図-4(IV)の計算によって各交通量がある値まで安定した後，需要関数を図-5のように通行価格にそって上下にシフトさせていく繰り返し計算によって，等時間配分，費用最小化配分と同等のネットワークを作り出すことができる。



図－4



図－5

4．考察

本研究は，需要－供給関数から均衡解を求めたが，需要関数そのものは分析，考察しなかった。以下，この手法の特徴を掲げる。

1) 従来の4段階推定法等においては，分布交通量計算段階における通行価格とルート配分後の通行価格が一致しない場合が生じる。しかし，本報告の手法では，そのような不合理が解消され，また，配分の通行価格が総交通量に影響している。

2) この手法では，径路に対する唯一の均衡解が求められ，最短径路計算を必要としない．

3) 新設街路等による誘発交通量の計算が可能であり，Path flow (V_{ij}^{k}) の動きが明確にでてくる。

4) 需要－供給関数が非線形であっても，線形の場合と比較してさほど計算に困難が生じない。そして，分布交通量を固定した場合，従来の手法に変換することができ，特に，費用最小化配分の計算が可能である。

なお，本モデルによる計算結果は当日発表する。

参考文献 M.Beckman, 他, "Studies in the Economic of Transportation". F.Wilkin, R.G.Stefanko, (HRB No.369)