

京都大学工学部 正員 戸田 常一
京都大学工学部 正員 天野 光三

1. はじめに

土木計画に対して大規模システムの観点からアプローチする場合、一般に多階層性と多目的性を同時に考慮する事が必要である。そこで本研究では、多階層性により生じる統合問題と多目的性により生じる多目的問題⁽¹⁾、その解決のために必要な情報を共有する事が多いという点に着目して1つのモデルを構成し、若干の考察を加える。

多目的問題の解決のための1つの考え方として意思決定のための代替案という性格をもつPareto最適解の集合を定める事⁽²⁾と考えられる。この事を、統合問題の解決と並行的に行なうための1つの考え方を以前に提案した⁽³⁾。しかしPareto最適解の集合は、意思決定のための代替案の集合としてはあまりにも広い概念である。そこで、新たな概念を導入する事により、意思決定者の選択を容易にする事が必要となる。その場合、対象の大規模性から次の2つが比較的妥当なアプローチと考えられる。

第1の考え方は、統合の各段階で意思決定者の評価を折り込む事によって逐次的に1つのPareto最適解を求めて行こうとするものである。そして第2の考え方は、システムの目標(goal)を設定する事によりアプローチするものである。前者については以前に示したので、ここでは後者の考え方にもとづいたアプローチを示す。

2. 問題設定

多階層システムとして、ここでは便宜的に n 個の下位システム(下位DMSと書く)と上位システム(上位DMと上位Analyst)により構成されているものとする。(次ページ図1を参照の事)また、各システムの役割は以下のとおりである。

(i) 上位システム: 上位DMはシステム全体の目標構造を設定する。(その際、各下位DMS- i の目標 g_i を同程度に達成する事により、間接的に上位目標 G を達成できるように目標構造は設定される。)一方、上位Analystは上位DMにより設定された各目標を達成するように、各下位DMS- i の行動を調整する。

(ii) 各下位DMS- i は、上位DMにより設定された目標 g_i

を達成するように活動 x_i を決める。 $i=1,2,\dots,n$ 。

(iii) 各下位DMS- i に独自の環境・技術の制約 $b_i x_i \leq l b_i$ $i=1,2,\dots,n$ と、すべての下位DMSにわたる共通資源の制約 $\sum_{i=1}^n A_i x_i \leq l b_0$ が存在する。

よって、目標構造が既知な場合には、全体問題Pは次のように設定される。

$$\max \sum_{i=1}^n c_i x_i - \sum_{i=1}^n (w_i^+ g_i^+ + w_i^- g_i^-) - (w_0^+ G^+ + w_0^- G^-) \quad (1)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{i=1}^n A_i x_i = l b_0 \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n f_i x_i - I \cdot g_i^+ + I \cdot g_i^- = g_i \quad (3)$$

$$b_i x_i = l b_i \quad (4)$$

$$\hat{f}_i x_i - I \cdot g_i^+ + I \cdot g_i^- = g_i \quad (5)$$

$$x_i, g_i^+, g_i^-, g_i^0, g_i^1 \geq 0 \quad (6)$$

ただし $\hat{f}_i, \hat{f}_i$: 活動 x_i 単位バレルのそれぞれ g_i^0, g_i^1 の達成度; I : 単位行列
 g_i^0, g_i^1 : それぞれ g_i^0, g_i^1 の達成過不足を表す変数ベクトル
 w_0^+, w_0^- : それぞれ g_0^+, g_0^- に対するweight; c_i : sum vector
また 行列、ベクトルは適当な次元を持つものとする。

3. 統合過程

全体問題Pを、上位・下位の各システム間の情報交換を通じて共同して解く場合の統合過程を、Dantzig-Wolfeの分解原理を用いて説明する。

全体問題Pは次の等価な主問題P₀に変換され、上位Analystにはこの主問題P₀を解く事⁽⁴⁾が課せられる。

$$\max \sum_{i=1}^n T_R \lambda_R - (w_0^+ G^+ + w_0^- G^-) \quad (7)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{i=1}^n R_R \lambda_R = l b_0 \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^n \hat{Q}_R \lambda_R - I \cdot g_i^+ + I \cdot g_i^- = g_i \quad (9)$$

$$\sum_{i=1}^n \lambda_R = 1, \lambda_R \geq 0, g_i^0, g_i^1 \geq 0 \quad (10)$$

ただし $T_R = \sum_{i=1}^n c_i x_i^R, R_R = \sum_{i=1}^n A_i x_i^R, \hat{Q}_R = \sum_{i=1}^n f_i x_i^R, x_i^R$ は次の凸多面体 $\Pi_i = \{x_i | b_i x_i = l b_i, \hat{f}_i x_i - I \cdot g_i^+ + I \cdot g_i^- = g_i, x_i, g_i^0, g_i^1 \geq 0\}$ の端

この主問題P₀の最適性を判定するためには次に設定されるシニアレックス基準を調べる必要⁽⁵⁾がある。

$$\min_{i,R} \{(\Pi_0 A_i + \Pi_0 \hat{f}_i - c_i) x_i^R + \Pi_0, \Pi_0 - w_0^{+,-}\} < 0 \quad (11)$$

ただし Π_0, Π_0, Π_0 はそれぞれ制約式(7)(8)(9)に対応する双対変数
もし条件式(11)が満たされるならば現在の解は最適解であるが、その検討のためには各下位DMS- i に課せられる次の部分問題P_iを解く必要⁽⁶⁾がある。

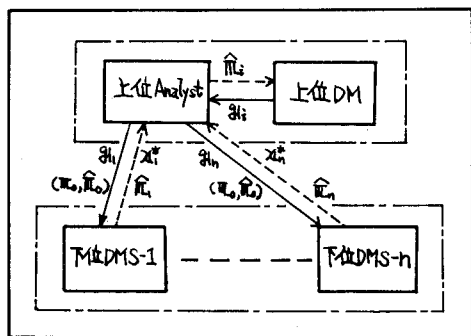


図1. 多階層システムの構成と情報伝達

$$\max (C_1 - \pi_0 A_1 - \pi_0 F_1) x_1 - (W_1^T g_1^* - W_1^T g_1^*) \quad (12)$$

$$\text{s.t.} \quad B_1 x_1 = b_1, \quad x_1, g_1^*, g_1^* \geq 0 \quad (13) (14)$$

$$F_1 x_1 - I_1 g_1^* + I_1 g_1^* = g_1 \quad (15)$$

この部分問題 P_i の最適解が上位にfeedbackされ、条件式(1)の判定が行なわれるか、もし最適性が満たされなければこのfeedbackされた解を新たに上位の主問題 P_0 の基底候補と考へ、主問題が再設定される。そしてこの過程が最適性が満たされるまで繰り返されるのである。

このように全体問題 P は、上位と下位の各システムの共同により解かれる。全体システムの大規模性を考えると、情報分散のもとで分散的に目標の達成をめざすこのようなアプローチは妥当なものと考えられる。

3. 目標設定過程

上述の統合過程はシステム全体の目標構造を既知なものとして述べたが、目標設定の如何がPareto最適解の選択を大きく左右する事を考えると、いかなる基準で目標が設定されているかを検討する必要がある。とこで各部分問題 P_i を解く事によって得られる制約条件式(15)に対応する双変数(これを d_i とする)は、目標 g_i 、単位の变化についての目標達成度の変化と解釈できる。そこで上位DMは、各下位DMS- i からこの情報 d_i をfeedbackさせて用いる事により、各目標 g_i を同程度に達成する事によって、間接的に g_0 を達成できるように目標構造を定める事ができる。そのためには、上位DMは次のように設定される目標設定問題 G を解けばよい。

$$\min \quad IP^T d^* + IP^T d^* - S^T v^* \quad (16)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{i=1}^n \pi_i g_i - v^* = 0, \quad g_i \geq \bar{g}_i \quad (17) (18)$$

$$\sum_{i=1}^n D_i g_i - I^T d^* + I^T d^* = g_0, \quad g_i, d_i^*, d_i^* \geq 0 \quad (19) (20)$$

ただし $D_i = \hat{C}_i, \hat{C}_i$ は C_i の行列; IP^T, S^T は P^T の行列; v^* は P^T の最適解; $d_i^* = g_i$ の達成度を表すベクトル; $\bar{g}_i = g_i$ の最適値

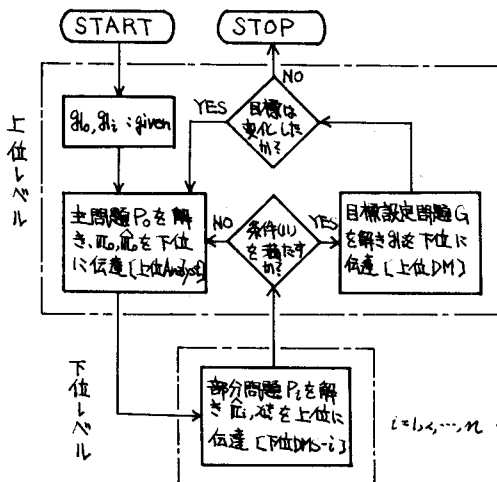


図2. モデル全体のアルゴリズム

以上の統合過程と目標設定過程は、図1および図2によってまとめて表わされるように、モデルの中で深く関係して進行する。

4. おわりに

Pareto最適解を選択するための1つのアプローチとして、統合過程上で得られる情報を有効に利用して、システム全体の目標構造を設定するモデルを示した。このモデルは、目標という概念を媒介にして統合過程上でシステム内に蓄積される情報を有効に利用する事により、多階層システムにおける多目的問題を解決する事を指向している。また、このモデルはSalihのモデル²⁾とRuefliのモデル³⁾、情報の効率的利用という観点から合わせて再構成したものであり、それによって目標構造が柔軟なものとして得られ、またシステム内で共通資源の配分を効率的に行なう事が可能となっている。

しかし、モデルの中で上位システムの目標 g_0 を既知とし、また目標設定過程がそれぞれ特定の目標構造のもとでの各統合過程の収束後に展開すると考えているが、これらの点についてはさらに検討が必要と考えられる。

【参考文献】

- 1) 藤田久、戸部一: 多階層システムにおける多目的計画法に関する研究、土木学会 関西支部年次講演会、1976
- 2) Salih, K. (1974): Goal Conflicts in Planaristic Multi-level Planning for Development, Paper presented at the East Asia Research Seminar, The Peace Science Society in Japan.
- 3) Ruefli, T.W. (1971): A Generalized Goal Decomposition Model, Management Science 17, No. 8, pp. 508-518.