

京都大学工学部 正会員 大西 有三

京都大学大学院 学生員 〇西 垣 誠

1. はじめに 地下水の挙動を定量的に評価するために、有限要素法による浸透解析がよく用いられている。しかし、従来の解析は飽和領域のみを対象とし、水位低下による地下水の挙動を取り扱ったものが多く、水位上昇に起因する地下水の挙動についてはほとんどなされていない。このような問題を定量的に把握するには、飽和領域および不飽和領域を対象として浸透解析を行う必要がある。不飽和領域を含んだ解析法として Freeze¹⁾ が差分法を用いて多くの研究成果を得ている。また有限要素法については、近年 Neuman^{2),3)} が一連の研究報告を行つている。ここでは、Neuman の示した解析法を用いて外水位上昇による堤体内の地下水の挙動を解析した結果を報告する。

2. 解析手法 質量保存則による連続の式は

$$-\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho V_i) = \frac{\partial}{\partial t}(S_w n \rho) \quad \text{----- (1)}$$

である。ここで ρ は水の密度、 V_i はダルシー流速、 n は間ゲキ率、 S_w は飽和度による関数 ($0 \leq S_w \leq 1$) 運動方程式として、ダルシーの法則が飽和-不飽和領域においても成立するものと仮定し

$$V_i = -K_{ij} K_r \frac{\partial h}{\partial x_j} \quad \text{----- (2)}$$

ここで h は全水頭、 K_{ij} は飽和状態における透水係数、 K_r は飽和度による関数 ($0 \leq K_r \leq 1$) である。

(2)式を(1)に代入し、水頭変化による水の圧縮が無視しえるものとする、次の式になる。

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left(K_{ij} K_r \frac{\partial h}{\partial x_j} \right) = \frac{\partial}{\partial t} \left(n \frac{\partial S_w}{\partial h} + S_w \frac{\partial n}{\partial h} \right) \quad \text{----- (3)}$$

ここで $\frac{\partial n}{\partial h} = S_s$ (圧縮率)を導入し、全水頭 ($h = x_3 + \psi$) に変つて圧力水頭 (ψ) を用い、鉛直方向が x_3 とすると、(3)式は

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left(K_{ij} K_r \frac{\partial \psi}{\partial x_j} + K_r K_{i3} \right) = \left(c + \frac{\theta}{n} S_s \right) \frac{\partial \psi}{\partial t} \quad \text{----- (4)}$$

となる。ここで $(c = \frac{\partial \theta}{\partial \psi} = n \frac{\partial S_w}{\partial \psi})$ は比水分容量、 $\theta = \frac{V_w}{V}$ で (V_w : 体積 V の土中に含まれている水の体積)

(4)式において、不飽和領域においては水頭変化による圧縮が生じないものとし、 β なる係数を導入し、飽和領域においては $\beta = 1$ 、不飽和領域においては $\beta = 0$ とすると、次の浸透流の基本式が得られる。

$$\nabla \cdot (\psi) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[K_r(\psi) K_{ij} \frac{\partial \psi}{\partial x_j} + K_r(\psi) K_{i3} \right] - \left[c(\psi) + \beta S_s \right] \frac{\partial \psi}{\partial t} = 0 \quad \text{----- (5)}$$

$$\text{初期条件} \quad \psi(x_i, 0) = \psi_0(x_i) \quad \text{----- (6)}$$

$$\text{境界条件} \quad \left\{ \begin{array}{l} (1) \text{ 圧力水頭が既知} \quad \psi(x_i, t) = \psi_b(x_i, t) \\ (2) \text{ 流量が既知} \quad K_r \left(K_{ij} \frac{\partial \psi}{\partial x_j} + K_{i3} \right) n_i = -V(x_i, t) \end{array} \right\} \quad \text{----- (7)}$$

(5), (6), (7)式の解を求める有限要素法を用いた。

なお自由水面上では $\psi = 0$ 、不飽和領域で $\psi < 0$ 、飽和領域で $\psi > 0$ とした。

3. 解析例 2に示した手法で数値計算を行うに必要な値は、対象となる堤体の構成材料の間ゲキ率(n)、飽和状態における透水係数(K_s)、さらに図-1に示す $\theta-\psi$ 、 $\theta-K_r$ の関係である。

解析手法の妥当性を検討するために赤井らによる実験結果との比較を行う。実験は長さ315 cm、幅23 cm、高さ33 cmの両面ガラス張りの水槽内に設けた長方形の砂モデルを用いて行われた。ここでは、彼らの実験結果の中で3つの場合について比較を行う。すなわち、(1)初期水位が基礎から10 cm まである時 (2)初期水位が基礎上にある時 (3)基礎が不透水層で水位がない時 である。(1)、(2)、(3)の場合、ともに一方の境界で急激な水位上昇が20 cm 生じた場合の堤体内の水位変動を図-3、4、5中に実線で示す。この場合、入力データは実験より $K_{ij}=0.33 \text{ cm/sec}$ 、 $n=0.44$ を用いた。 $\theta-\psi$ 、 $\theta-K_r$ の関係については、本来実験を用いて求めなければならないが、砂モデルの最大毛管上昇高が8 cmで、その点において $\theta=0.085$ 、また、飽和領域においては、 $\theta=0.44$ より図-1に示すようなグラフを仮定した。

有限要素法による数値計算に用いたメッシュは図-2に示す。これら手法より求められた計算結果を図-3、4、5中に破線で示した。

4. 考察 3つの場合についての実験と計算結果との比較を行ったが、図-1の仮定にもかかわらずよく一致し、初期水位の有無によつて得られた自由水面形は実験とほとんど一致し、その進行速度も基礎に水位が無い場合は、水位がある場合より遅いという計算結果が得られた。

本研究において示した解析手法で、降雨の浸透問題あるいは地下水位回復のための注水による地下水位上昇の予測など、多岐の問題を解析することが可能になる。

謝辞 本研究を行うに当つて色々と御指導くださった京都大学赤井教授に深く感謝をいたします。

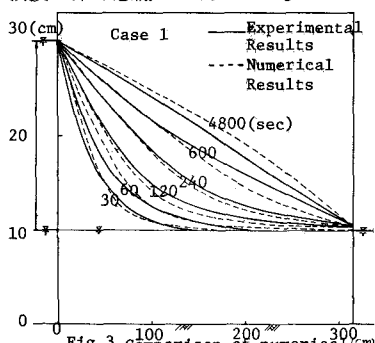


Fig.3 Comparison of numerical and experimental results

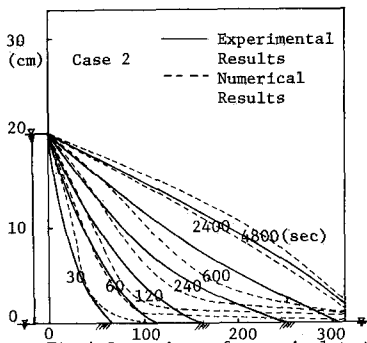


Fig.4 Comparison of numerical and experimental results

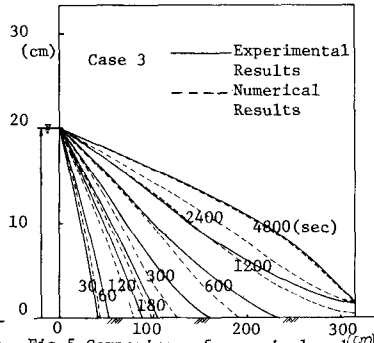


Fig.5 Comparison of numerical and experimental results

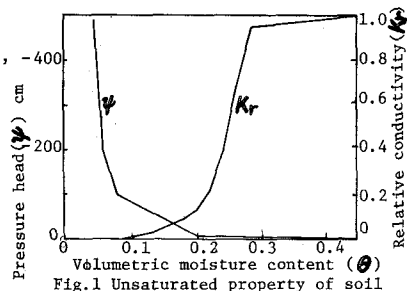


Fig.1 Unsaturated property of soil

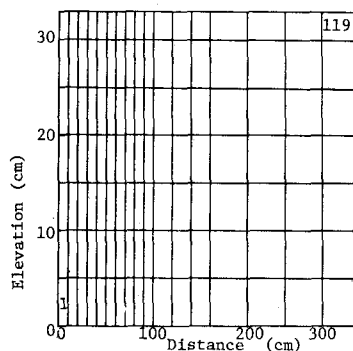


Fig.2 Finite element network

参考文献

- 1) Freeze, R.A.: Three-Dimensional Transient Saturated-Unsaturated flow in a Ground water Basin, Water Reso. Res., 7(2), 1971, pp347-363
- 2) Neuman, S.P.: Saturated-Unsaturated Seepage by finite elements, Proc., ASCE, J. Hydraul. Division, Vol. 99, No. HY12, 1973, pp2233-2250
- 3) Neuman, S.P.: Galerkin method of analyzing non-steady flow in saturated unsaturated porous media, Chap. 10, Finite Element Method in Flow Problems, Taylor-Zienkiewicz-Gallagher ed., 1974
- 4) 赤井, 宇野: 土中の準一次元非定常浸透流に関する研究, 土木学会論文集, 第127号, 1966, pp. 14-22