

東海大学工学部 正会典 宇都一馬

川崎地産 正会典 池田瑞夫

1. まえがき 一次元波動方程式が適用できる範囲内で有効な加速度の測定法であるヒズミ差分法について、既に筆者らは発表したが、^(1,2) 今回は差分間隔と差分誤差について補足しヒズミ波の周波数範囲より、ゲージ間隔の決定方法と測定に於ける注意点について述べる。

2. ヒズミ差分法に於ける加速度測定の原理 細長い弾性棒の運動が一次元波動方程式の適用範囲を越えない場合、その時存在する縦波の伝播速度は波長に比例しないものとする。一次元の波動方程式は(1)式で表わされ、その一般解は(2)式で表わされる。(2)式をまたはたして微分すると(3)、(3)'式を得る。

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \dots\dots (1)$$

$$u = f(x+ct) + g(x-ct) \dots\dots (2)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = f''(x+ct) + g''(x-ct) \dots\dots (3) \quad \frac{1}{c} \frac{\partial u}{\partial t} = f'(x+ct) - g'(x-ct) \dots\dots (3)'$$

さらに(3)をxで、(3)'をtで微分すると式(4)、(4)'を得る。ここで式(4)の左辺をヒズミ差分形に通すと(5)式となる。これは差分間隔で十分小さな値で(5)式の等号は成立するものとする。式(4)と式(5)より(6)式を得。これはヒズミ差分加速度測定の基本式である。

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = f''(x+ct) + g''(x-ct) \dots\dots (4) \quad \frac{1}{c} \frac{\partial u}{\partial t} = f'(x+ct) - g'(x-ct) \dots\dots (4)'$$

$$\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right) / \Delta x = f''(x+ct) + g''(x-ct) \dots\dots (5) \quad \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right) \dots\dots (6)$$

3. 差分間隔による差分誤差 波長 λ 、伝播速度 c の縦波がx方向に進行し、この波のヒズミをゲージ長 L のゲージで測定する場合に於いて、ヒズミ波も(7)式の様に仮定する。ゲージ長 L の中心 $x=x_0$ に於けるヒズミは、(6)式で表わされ、その中心差分は(9)式の様になる。

$$E(x, t) = E_0 \cos 2\pi(x-ct)/\lambda \dots\dots (7) \quad \bar{E}(x_0, t) = \frac{1}{L} \int_{x_0-L/2}^{x_0+L/2} E(x, t) dx = \frac{\lambda}{\pi L} E_0 \left\{ 2\pi(x_0-ct)/\lambda \right\} \sin \frac{\pi L}{\lambda} \dots\dots (8)$$

$$\delta \bar{E}(x_0, t) = \bar{E}(x_0+L/2, t) - \bar{E}(x_0-L/2, t) = -2 \frac{\lambda}{\pi L} E_0 \sin \frac{\pi L}{\lambda} \sin \frac{\pi L}{\lambda} \sin \left\{ 2\pi(x_0-ct)/\lambda \right\} \dots\dots (9)$$

従って差分による誤差は、(9)式を(8)式で除したものと(7)式をxで微分

$$\left(\frac{\partial E}{\partial x} \right)_{x=x_0} \text{ とする。これを } \epsilon \text{ とすると、} \epsilon = \frac{\lambda}{\pi^2 L h} \sin \frac{\pi L}{\lambda} \sin \frac{\pi L}{\lambda} \dots\dots (10)$$

これを周波数に換してグラフ化したのが図1である。(C=5/20m/s, L=2mm)

4. ゲージ間隔と実際の加速度範囲 図2は(9)式の E_0 に対して h と f

($=1/\lambda c$) を変化させた図である。初期の傾きは微分特性を示している。図よりヒズミ出力が解れば差分による出力電圧は推定できる。 $E_0=1$ ($h/fc=0.5$, 位相 90°) 以上では位相歪の影響で、 $h/fc \approx 2$ (位相 360°) の点の負のピーク値を考慮し、この周波数で利得を $1/2$ に落とすとすると、 $f_c \approx \frac{1}{2} \frac{c}{L}$ のやや断周波数を持つL-P-Fを使用する事になり高域では、 $f_c = \frac{c}{5h}$ が測定範囲となる。低域での測定範囲については微分そのものが低域波特性を持つ標準入力試験より経験的にノイズの大きさはヒズミに換算して10μ程度であるから $\sin \frac{\pi h}{c} < 10^{-5}$ となるお利得は、 h に比例するので、応力波の上限を考慮してゲージ間隔を決定する事が望しい。

5. まとめ ヒズミ差分法による加速度測定の場合、そのゲージ間隔の誤差を決定し、周波数範囲の上限を大きくすると出力が小さくなる困難があるが、機械的インセンションによるミスマッチング等の問題がない。ヒズミ差分による加速度波形を積分すると速度、変位波形が得られるが、この場合ヒズミ出力をL-P-Fに通してから差分を行い、それを積分するのがよい。

6. 参考文献 (1) 宇都一馬, 森原; ヒズミ差分による新しい加速度の測定法, 東海大学工学部紀要 1973-1

(2) 宇都一馬, 森原; ヒズミ差分法による荷重加速度の測定, 昭和47年才6回工業工学研究発表会。

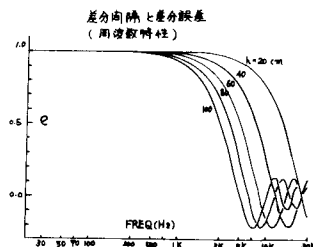


図-1

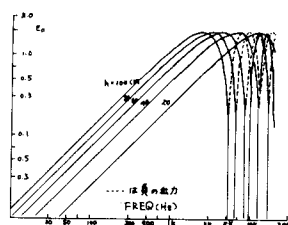


図-2