

III-34 破壊点近くでの砂の変形

東京都立大学工学部 正会員 小林 慶夫

1. まえがき

砂の力と変形の間係を明らかにするための第一歩として、1974年の本会で、砂が最大の強度を示す破壊時には、粒子間の応力の一様性によって、粒子配列の一様性が生ずるという仮定がこの問題を解く一つの手懸になる可能性について、軸対称圧縮 $\sigma_h > \sigma_r (= \sigma_t)$ の場合を例にして述べた。今回は、さらに、軸対称伸張 $\sigma_r (= \sigma_t) > \sigma_h$ の場合について考察する。また、軸方向ヒズミ ε_h と半径方向ヒズミ ε_r とは、ヒズミがさきめて小さい場合を除けば、最大強度を越えるヒズミ範囲(0, 1 程度)も含んで、よい線型性を示すことを利用して、破壊点近傍での砂の変形についてもふれた。

2. 規則配列球モデル

a) $\sigma_h > \sigma_r (= \sigma_t)$ の場合

粒子配列として、前回同様、最密の *Tetrahedral - closed packed hexagonal array* を考える。^{1), 2)}

図-1で、紙面に鉛直な方向をI-I方向、またII-II方向、III-III方向を図のようにとる。いま、I-I方向に力を受けて、上球が下球に相対的に $\overline{MM'}$ の Δ 倍だけ沈みこんで、 $\overline{mm'}$ になったとすると、砂の間隔 a と Δ との関係として次式が得られる、

$$e = \frac{9\sqrt{2}}{\pi} \left\{ 1 - \frac{2}{3}(1-\Delta)^2 \right\} (1-\Delta) - 1 \quad \text{--- (1)}$$

不規則な配列をしていた砂が、最も規則的な配列をとったとき、最大強度を示すとして、 μ を砂粒子の静止摩擦係数として、粒子間の力のつり合いを考えて、 Δ と σ_h / σ_r との間に次の関係が成り立つ、

$$\tan^{-1} \left\{ \frac{2\sqrt{3-2(1-\Delta)^2}}{2\sqrt{2}(1-\Delta)} \right\} = \tan^{-1} \frac{2\sqrt{2}(1-\Delta) \sigma_r}{\sqrt{3-2(1-\Delta)^2} \sigma_h} + \cos^{-1} \sqrt{\frac{1}{1+\mu^2}} \quad \text{--- (2)}$$

また、I-I方向に $\overline{MM'}$ の Δ 倍だけ沈んだ状態を基準にして、

さらにこの Δ_r^* 倍沈むとき、半径方向のヒズミ Δ_r^* との間に、

微小増分の比について、

$$\frac{\delta \Delta_r^*}{\delta \Delta_h^*} = \frac{\frac{2}{3}(1-\Delta)^2}{1 - \frac{2}{3}(1-\Delta)^2} \quad \text{--- (3)}$$

なる関係が成立する。

b) $\sigma_r (= \sigma_t) > \sigma_h$ の場合

a) の場合と同様に、砂粒子は、破壊点近傍では、図-1のI-I方向に、一様に Δ だけ沈みこんだ状態にあるとする。この状態から出発して、I-I、II-II両方向に、単位面積あたり σ_r 、また、III-III方向に σ_h の力を受けるとすると、力のつり合いより a) の場合と同様、(2) 式が得られる。

また、I-I方向に $\overline{MM'}$ の Δ 倍だけ沈んだ状態を基準にして、

さらに、二つの半径方向に同じ量 Δ_r^* 倍沈むとき、軸方向ヒズミ Δ_h^* との間に、微小増分の比について、

$$\frac{\delta \Delta_h^*}{\delta \Delta_r^*} = \frac{2}{3\sqrt{1-\frac{2}{3}(1-\Delta)^2}} \left[\frac{2(1-\Delta)^2}{3\sqrt{1-\frac{2}{3}(1-\Delta)^2}} + \frac{\{ \frac{1}{6}(1-\Delta)^2 + \frac{3}{4} \}}{\sqrt{1-\{ \frac{1}{6}(1-\Delta)^2 + \frac{3}{4} \}}} \right] \quad \text{--- (4)}$$

なる関係が成立する。

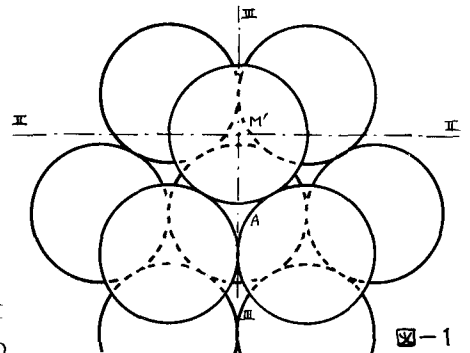


図-1

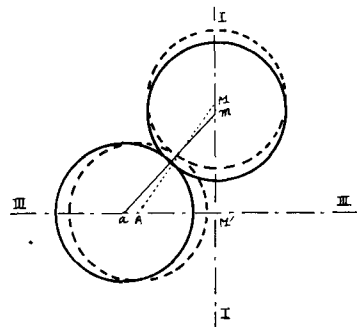


図-2

式(1), (2), (3), (4)から, $e \sim \sigma_r/\sigma_h$, $e \sim \sigma_h/\sigma_r$
 $e \sim \delta\epsilon_r^*/\delta\epsilon_h^*$, $e \sim \delta\epsilon_h^*/\delta\epsilon_r^*$ の間の関係を図-3,
 図-4の中に実線を示した。

3. 実験方法

側圧一定(2.0 g/cm^2)の排水三軸圧縮試験については、参考文献(2)を参照されたい。軸圧一定の2 kg/cm^2 の三軸伸張試験については、上記圧縮試験の方法に準じた。実験ひとくに注意した点は、破壊点まで、一様な変形をもつことであつた。試料は、粒径のそろつた豊浦砂とガラスビーズ($\phi=0.2^{mm}$)を用いた。

4. 結 果

図-3は、横軸に破壊時の間隔比を、縦軸に圧縮試験の場合、軸方向応力 σ_h と半径方向応力 σ_r の比 σ_h/σ_r を、伸張試験の場合には、逆に σ_r/σ_h をとった。図より、実験値は、第一近似としては、圧縮、伸張両試験ともにはほぼ同じ傾向を有するといふことができる。

図-4は、横軸に破壊時の間隔比を、圧縮試験の場合縦軸に半径方向ヒズミ増分 $\delta\epsilon_r$ と軸方向ヒズミ増分の比 $\delta\epsilon_r/\delta\epsilon_h$ を、伸張試験の場合、逆に $\delta\epsilon_h/\delta\epsilon_r$ をとった。図より実験値は、規則配列を仮定した計算値と傾向としての一貫性があることがわかる。

次に、破壊時のヒズミ量は、0.1の程度であるので、変形の重ね合せが成立するとした場合の $(\delta\epsilon_h/\delta\epsilon_r)_{伸張}$ と $(\delta\epsilon_r/\delta\epsilon_h)_{圧縮}$ との関係を示したのが、図-5の中の曲線である。また、規則配列の仮定より求められたものが、右方の実線である。また、実験値より求めたものが、点線を示してある。図よりわかるように、砂やガラスビーズで成り立つ物体は、それぞれの変形挙動を示すといえる。

おわりに、日頃の討論を通じて、励ましをいただいたり、本学湯浅欽史助教授に謝意を表します。

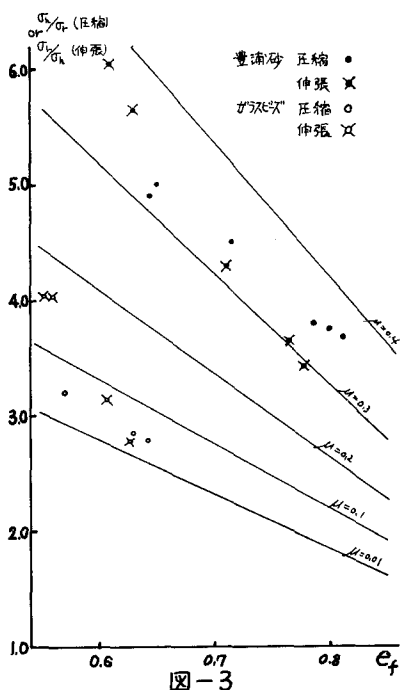


図-3

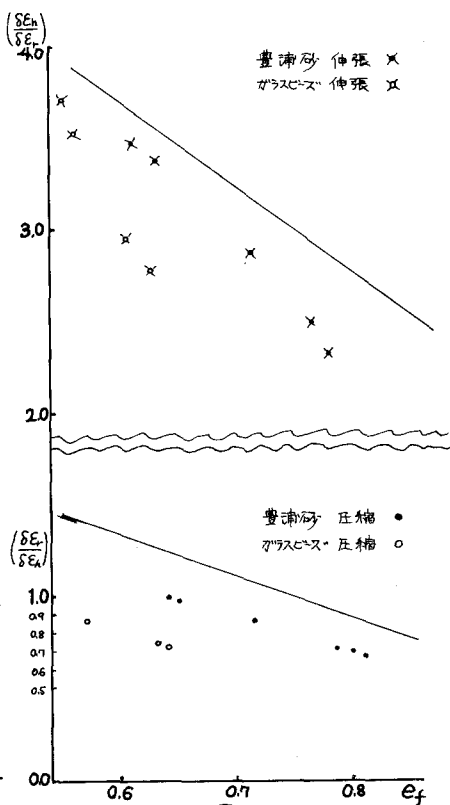


図-4

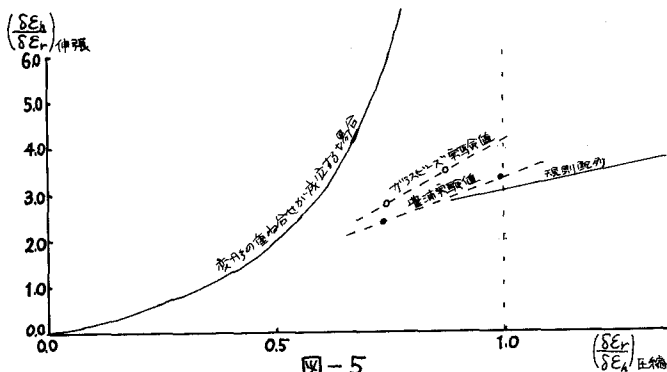


図-5