

名古屋工業大学 正員 〇松岡 元
正員 中井 照夫

有限要素法等で土の応力・変形解析をおこなうに当り、任意応力経路下のヒズミ特性の説明が可能な応力-ヒズミ関係式を確立することは不可欠なことである。著者は、以前、平均主応力一定条件下の土のせん断特性について“空間モービライスト面(SMP)”上で統一的に説明できることを示してきたが、今回土の圧縮特性(応力比一定試験)についてもSMPに着目して説明することを試みた。そして、土のヒズミ増分は“せん断応力比の変化”によるヒズミ増分と“圧縮(平均主応力の変化)によるヒズミ増分”の和として表現されたと考え、一般的に応力-ヒズミ関係式を提案した。またこの応力-ヒズミ関係式を用いて、種々の応力経路下のヒズミの実測値との比較をおこなった。

1. 応力-ヒズミ関係式

平均主応力一定条件下での、SMP上のせん断ヒズミ(γ_{SMP})は次式で与えられる。 $\gamma_{SMP} = \gamma_0 \left\{ \exp\left(\frac{X-\mu}{\mu-\mu_0}\right) - \exp\left(\frac{-\mu}{\mu-\mu_0}\right) \right\}$ ----- (1) ($X \equiv \tau_{SMP}/\sigma_m$)
ここに、 μ, μ_0 は材料が決めればば一定となる係数であるが、 γ_0 については初期の粒子構造や拘束応力(σ_m)の影響をうける係数とされており、近似的に次式で示される。

$$\gamma_0 = \gamma_{0i} + C_d \cdot \log_{10}(\sigma_m/\sigma_{mi}) \text{ ----- (2)}$$

(σ_{mi} : 初期平均主応力, γ_{0i} : $\sigma_m = \sigma_{mi}$ 時の γ_0 値)

したがって、SMP上のせん断ヒズミ増分($d\gamma_{SMP}$)は(1)式を X , σ_m で全微分することにより次式で与えられる。

$$d\gamma_{SMP} = \frac{\gamma_0}{\mu - \mu_0} \exp\left(\frac{X-\mu}{\mu-\mu_0}\right) dX + 0.434 \cdot C_d \left\{ \exp\left(\frac{X-\mu}{\mu-\mu_0}\right) - \exp\left(\frac{-\mu}{\mu-\mu_0}\right) \right\} \frac{d\sigma_m}{\sigma_m} \text{ ---- (3)}$$

ところで、(3)式の意味するところは、せん断ヒズミ(γ_{SMP})が応力経路に依存しないということであるが、実測値より γ_{SMP} の応力経路依存性も認められるようである³⁾。したがって、ここでは1つの方法として(3)式の第2項(圧縮項)に係数 α をかけて次式のように修正した。

$$d\gamma_{SMP} = \frac{\gamma_0}{\mu - \mu_0} \exp\left(\frac{X-\mu}{\mu-\mu_0}\right) dX + 0.434 \alpha \cdot C_d \left\{ \exp\left(\frac{X-\mu}{\mu-\mu_0}\right) - \exp\left(\frac{-\mu}{\mu-\mu_0}\right) \right\} \frac{d\sigma_m}{\sigma_m}$$

$$\equiv G_1 \cdot dX + G_2 \cdot d\log \sigma_m \text{ ----- (4)}$$

(ここに、 G_1, G_2 : 応力と土質パラメータの関数)

次にSMP上の垂直ヒズミ増分($d\epsilon_{SMP}$)について考えてみる。せん断によるヒズミ増分($d\epsilon_{SMP}(d\sigma_m=0)$)については、 $X \equiv \tau_{SMP}/\sigma_m = \lambda - (d\epsilon_{SMP}/d\gamma_{SMP}) + \mu$ ---- (5) なる stress-dilatancy 式を満足することにより次式で与えられる。

$$d\epsilon_{SMP}(d\sigma_m=0) = \frac{\mu - X}{\lambda} \cdot G_1 \cdot dX \equiv E_1 \cdot dX \text{ ----- (6)}$$

一方、異方圧縮による垂直ヒズミ増分($d\epsilon_{SMP}(dX=0)$)については、そのメカニズムについての考察から、(5)式で与えられている stress-dilatancy 式を満足する成分と、勾配 C_c (圧縮指数) なる $e \sim \log \sigma_m$ 関係を満足する成分の和として表わされたと考え、次式で与える。

$$d\epsilon_{SMP}(dX=0) = \frac{\mu - X}{\lambda} \cdot G_2 \cdot d\log \sigma_m + \frac{1}{3} \cdot \frac{0.434 \cdot C_c}{1 + e_c} \cdot \frac{1}{\sigma_m} \cdot d\sigma_m$$

$$\equiv E_2 \cdot d\log \sigma_m \text{ ----- (7) (ここに } e_c: \text{初期向けめ比)}$$

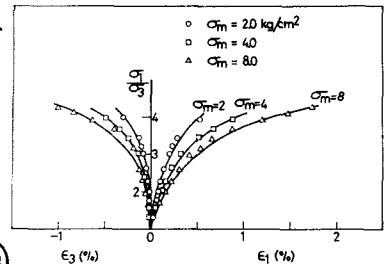


図-1 $\sigma_1/3 - \epsilon_1 - \epsilon_3$ 関係

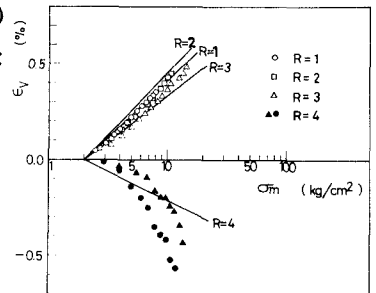


図-2 $\epsilon_v - \log \sigma_m$ 関係

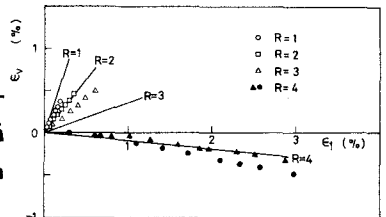


図-3 $\epsilon_v - \epsilon_1$ 関係

なお、(7)式は等方圧密時($X=0$)においては、 $G_2=0$ となり、勾配 C_c なる $e \sim \log \sigma_m$ 関係式を満足している。

したがって、垂直ヒズミ増分($d\epsilon_{smp}$)は(6)、(7)式より次式で示される。

$$d\epsilon_{smp} = E_1 \cdot dX + E_2 \cdot d\sigma_m \quad (8)$$

(ここに E_1, E_2 : 応力と土質パラメータの関数)

ところで、係数 E_1 については(8)、(9)式が K_0 -圧密条件を満足することより、 K_0 値がわかれば次の関係式より決定することが出来る。

$$\begin{aligned} (d\epsilon_{smp}/d\sigma_m)_{X=X_0} &= (E_2/G_2)_{X=X_0} \\ &= \frac{\mu - X_0}{\lambda} + \frac{C_c}{3\alpha \cdot C_u \cdot (H e_0) \left\{ \exp\left(\frac{X_0 - \mu}{\lambda} \cdot \frac{1}{\mu - X_0}\right) - \exp\left(\frac{-X_0}{\mu} \cdot \frac{1}{\mu - X_0}\right) \right\}} \\ &= \sqrt{K_0}/2\sqrt{2} \quad (9) \quad (\text{ここに、} X_0 = \frac{\lambda}{3} (\sqrt{K_0} - \sqrt{K_0})) \end{aligned}$$

したがって、主応力と主ヒズミ増分の方が一致し、かつ SMP 上の $d\epsilon_{smp}$ と ϵ_{smp} の方向が一致すると仮定するならば、各主ヒズミは(8)、(9)式を用いて、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} d\epsilon_i &= d\epsilon_{smp} + \frac{\sigma_i - \sigma_{smp}}{2 \cdot \epsilon_{smp}} \cdot d\epsilon_{smp} \\ &= \left(E_1 + \frac{\sigma_i - \sigma_{smp}}{2 \cdot \epsilon_{smp}} \cdot G_1 \right) \cdot dX + \left(E_2 + \frac{\sigma_i - \sigma_{smp}}{2 \cdot \epsilon_{smp}} \cdot G_2 \right) \cdot d\sigma_m \\ &\equiv A_i \cdot dX + B_i \cdot d\sigma_m \quad (i=1, 2, 3) \quad (10) \end{aligned}$$

2. 提案式と実測値の比較

ヤヤ密づめの豊浦砂についての $\sigma_2 = \sigma_3$ 条件下での実験データと提案式による計算値の比較をおこなう。計算に用いる係数値は平均主応力一定せん断試験および等方圧密試験結果より求められる次の係数値を用いる。 $\lambda = 1.1$, $\mu = 0.21$, $\mu' = 0.40$, $\gamma_{0.2} = 0.01(1/10)$, $C_u = 0.11(kN)$, $\sigma_{mi} = 1.0(kN/cm^2)$, $C_c = 0.01$, $e_0 = 0.68$, また K_0 値については異方圧密試験の結果より $K_0 = 0.45$ と仮定した。なお以下の図において、プロットは実測値を、実線は計算曲線を表わすものとする。図-1は σ_m -一定条件下のせん断試験の $\sigma_3 - \epsilon_1 - \epsilon_3$ 関係の実測値と計算曲線を表わしている。図-2、図-3は等方および異方圧密試験の $\epsilon_v \sim \log \sigma_m$ 関係および $\epsilon_v - \epsilon_1$ 関係を表わしている。計算値は実測値の傾向をよく説明しているようである。図-4は σ_m -一定、 σ_3 -一定、 $R = \sigma_3/\sigma_m$ -一定試験の $\epsilon_{smp} - d\epsilon_{smp}/d\sigma_{smp}$ 関係の実測値と計算値を示す。

次に、図-5の応力経路図における AL 向の名ヒズミ($\epsilon_v, \epsilon_1 - \epsilon_3, \epsilon_{smp}, \gamma_{smp}$)についてその応力経路依存性について検討してみる。なお $\sigma_m = 2 (R=4)$ は ADL, $\sigma_m = 4$ は AEFL, $\sigma_m = 6$ は AGHL, $\sigma_m = 8 (R=1)$ は AIL, $R=2$ は ABJL, $R=3$ は ACKL なる応力経路を表わすものとする。図-6、図-7より提案式による計算値は $\epsilon_v, \epsilon_1 - \epsilon_3, \epsilon_{smp}, \gamma_{smp}$ の名ヒズミが応力経路依存性をよく表現しているのがみられる。

なお、応力-ヒズミ関係の一般表示式については、紙面の都合上講演時に発表する予定である。

謝辞 本研究に対し、有益な助言および実験データの提供をいただいた、フジタ工業(株)技術研究所 篠川和夫氏に深謝致します。

参考文献 1) 松岡・中井: Proc. JSCE, No. 232, 1974. 2) 松岡: S & F, Vol. 16, No. 1, 1976. 3) 篠川・中井・鎌田: 第11回土質工学研究発表会, 1976.

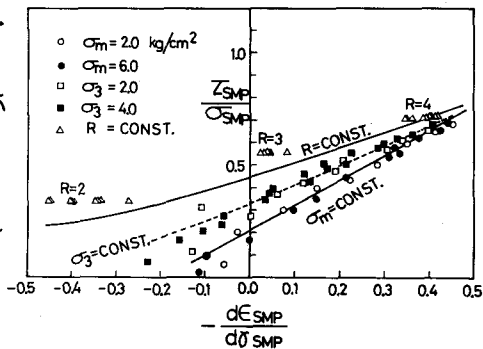


図-4 $\epsilon_{smp}/\sigma_{smp} - d\epsilon_{smp}/d\sigma_{smp}$ 関係

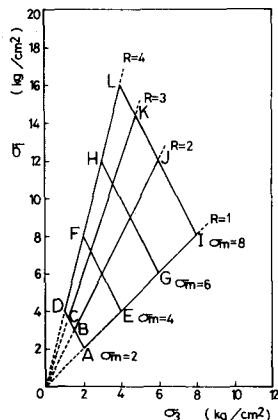


図-5 応力経路図

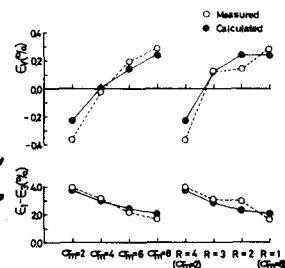


図-6 AL向の $\epsilon_v, \epsilon_1 - \epsilon_3$

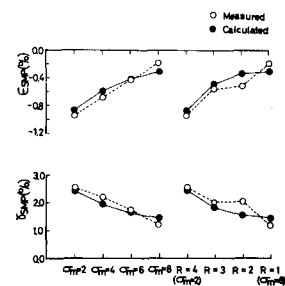


図-7 AL向の $\epsilon_{smp}, \gamma_{smp}$