

京都大学 正員 松岡 義  
 京都大学 学員 早瀬 隆司  
 京都大学 正員 岩井 重久

水質管理上、水質モニターステーションで得られる水質データを、いかに処理しどのような有効な対策を導くかは、重要な問題である。本研究においては、水質の流下に伴う変化の式として一次元移流分散式を用い汚濁源の推定をおこなう。研究は室内実験、数値シミュレーションによりおこなわれ、その過程を通じ、水質データのサンプリング間隔についての検討をおこなった。

### 1. 水質伝播のモデル式とその積分

河川における水質の伝播式としては従来より下記の一次元移流分散式が使用されてきた。

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U \frac{\partial C}{\partial x} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - kC + g(t, x) \quad (1)$$

下流、 $x=L$  におけるモニターデータ  $C(t, L)$  より、上流の汚濁源の推定には多々の方法が考えられようが、簡単には式(1)を直接積分することによって得られる式(2)の積分方程式を解けばよい。

$$C(t, L) = \frac{1}{\sqrt{4\pi D}} \int_{-\infty}^t \int_{-\infty}^L \frac{1}{\sqrt{\tau}} g(t-\tau, \xi) \exp\left[-\frac{(x-L-\xi)^2}{4D\tau} - k\tau\right] d\tau d\xi \quad (2)$$

式(2)を一般的に解くことは不可能であり、ここでは  $g$  の時間的パターン、あるいは、空間的パターンは知られているものとする。さらに一つのモニターの受け持つ範囲を設定すれば、式(2)は次の式(3)、(4)となる。

$$C(t, L) = \int_0^L \left[ \int_0^t \frac{1}{\sqrt{4\pi D\tau}} g(t-\tau) \exp\left\{-\frac{(x-L-\xi)^2}{4D\tau} - k\tau\right\} d\tau \right] Z(\xi) d\xi ; \quad g(t) \text{ 既知, } Z(x) \text{ 未知} \quad (3)$$

$$= \int_0^t \left[ \int_0^L \frac{1}{\sqrt{4\pi D\tau}} Z(\xi) \exp\left\{-\frac{(x-L-\xi)^2}{4D\tau} - k\tau\right\} d\xi \right] g(t-\tau) d\tau ; \quad g(t) \text{ 未知, } Z(x) \text{ 既知} \quad (4)$$

$C(t, L)$  については、式(1)の成立状況から相当な誤差があることを考えると、式(3)、(4)は確定的というよりも平均的な意味で成立すると考えるほうが妥当であろう。したがって式(3)、(4)の成立残差を最少にすべく未知数を決定することにすれば、数値計画の分野で知られている種々の解法の適用が可能となる。さらに、式(3)、(4)の解について前もって知識がある場合には、それを制約条件として織りこめばよい。下に示した図-1は、式(3)をその積分核の最短左側インバースから、また図-2は、 $Z(x) \geq 0$  の制約条件のもとで Beale 法から解いたものである。

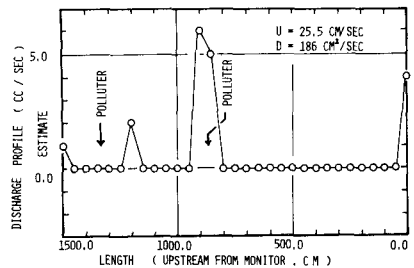
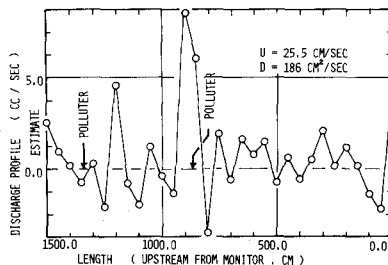
### 2. 水質の変動

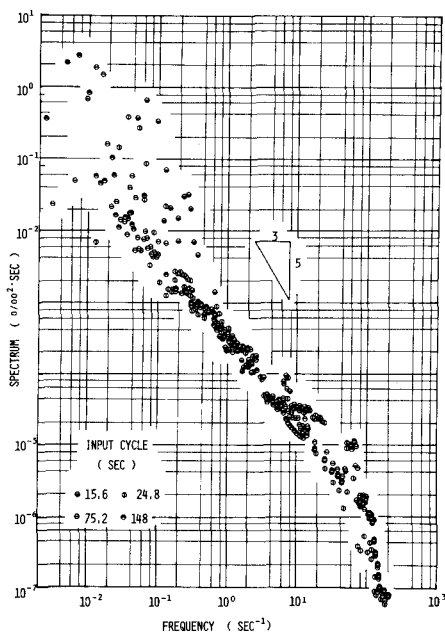
さて、前節における推定例は比較的良好な成果を収めてはいるが、条件を変え数多くの実験をおこなってみると必ずしも良好な成果を期待できるわけではない。この理由としては多くのものが考えられるが、そのもっとも

図 - 1

図 - 2

CONDITION  
 sampling cycle = 8.0sec  
 sampling number = 500  
 input pattern ; sine curve  
 input cycle = 592.0sec  
 methylen blue solution  
 photo-corder meas.





CONDITION  
 B = 16.125 cm sampling cycle = 0.25-625/s  
 H = 7.87 cm total sampling number  
 U = 27.27 cm = 93500/run  
 L = 3.91 m total sampling block  
 Blackman-Tukey method = 187/run

図 - 3

大きなものとしては、モデル振数式の平滑化作用があげられよう。本来モニターにて観測される水質変動には、投入変動の他に流下に伴う混合などによる変動などが含まれている。たとえば、図-3は時間的に正弦波動的なパターンをもった点汚染源による水質変動のパワースペクトルであり、周波数領域によっては、投入量変動と観測水質変動とは無関係となっている。

### 3 数値シミュレーションとサンプリング周期

上記に於いて式(4)を周波数空間で考える。(簡単のため  $Z(z) = \delta(z) \Delta x$  とする)

$$\tilde{c}(f) = \frac{\Delta x}{L} \exp \left[ \frac{R_e}{L} \left( 1 - \sqrt{1 + \frac{L^2}{R_e^2} (2\pi f L / U)^2} \right) \right] \tilde{y}(f) \quad (5)$$

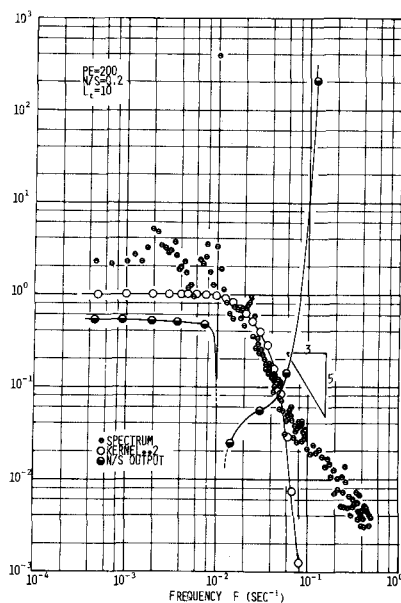
したがって式(5)の解  $y_0(t)$  は次のようになる。

$$y_0(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{U}{\Delta x} \exp \left[ -\frac{R_e}{L} \left( 1 - \sqrt{1 + \frac{L^2}{R_e^2} (2\pi f L / U)^2} \right) + 2\pi f t L \right] \cdot \tilde{c}(f) df \quad (6)$$

式(6)より  $\tilde{c}(f)$  には  $f \rightarrow \infty$  に対し指数的に増大する重みがつけられているが、図-3からわかるようにこれに無意味であり有害である。本研究ではこれらの事情を調べるために、計算機により、水質乱れ理論でよく知られた一房集則のスペクトル特性を持つ模擬水質を発生させ式(6)の積分を  $[-F, F]$  で打ち切った場合の誤差  $N/S = \frac{\|y(t) - y_0(t)\|^2}{\|y(t)\|^2}$  を調べている。図-4は水質スペクトル、概、1%の関連性を示した一例であり、図-5は、室内実験でのサンプリング周期を変化させた時の推定誤差との関連を表示したものである。

### 4 おわりに

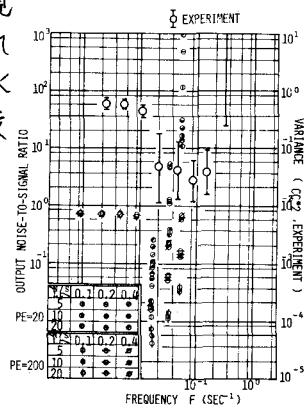
さて以上のような最適サンプリング周期については、インパルス入力の場合についてもその存在を確かめており、実際の投入変動のようにやががあるスペクトル変動にも存在しこの場合には推定の時空間的な解能とその精度のTrade offから成立していよう。最後に本研究は京都大学 佐友恒助教授の指導を受けたことを付記す。



CONDITION  
 total sampling number = 4096/run  
 random number ; auto-regressive method  
 identification ; least-square method

図 - 4

図 - 5



EXP.  
 total sampling  
 number = 500/run  
 least-square method