

II-220 水草のある流れに関する研究

東京工業大学 学生員 歌原英明 正会員 日野幹雄

I はじめに

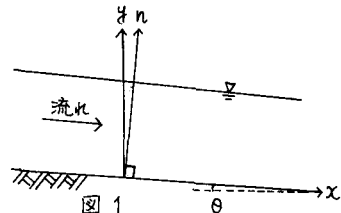
河川の自浄作用において、大型の水棲植物(水草)の役割は、重要なものがあると思われる。即ち、水草の光合成により、溶存酸素を増加し微生物による分解作用を促進する、あるいは、水草の表面上に微生物の膜が出来て、そこで分解作用が行なわれる等である。そこで、自浄作用における水草の役割を理解するの一歩として、水草と流体との相互作用に注目して、水草の持つ水理学的性質について考えてみる。また、ここで対象としている水草は、流れに水平で、流体に対して摩擦抵抗としてのみ働き、形状抵抗として働く基は考えない。

II 解析

今、2次元で定常な場合を考える。図1の様に座標軸を取れば

Reynolds方程式は、

$$\begin{aligned} \rho \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \rho \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} &= \rho F_x - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \mu \nabla^2 \bar{u} - \rho \left(\frac{\partial \bar{u}^2}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u} \bar{v}}{\partial y} \right) \\ \rho \bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \rho \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} &= \rho F_y - \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + \mu \nabla^2 \bar{v} - \rho \left(\frac{\partial \bar{u} \bar{v}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}^2}{\partial y} \right) \end{aligned} \quad (1)$$



となり、水草の抵抗が流れ方向のみに働くとするれば、外力項は、

$$F_x = g \sin \theta - D = g \sin \theta - \left(\frac{1}{2} \rho C_F \cdot b \cdot \varphi \cdot \bar{u}^2 \right) \times 2$$

D ; 水草の抵抗 C_F ; 抵抗係数

$$F_y = -g \cos \theta$$

b ; 横断面方向の水草の密度 φ ; y 方向の水草の密度

となる。 $\theta \div 0$ として、オーダーに注意して(1)式を変形すれば、基礎方程式として次式を得る。

$$\frac{d\bar{u}}{dy} = -\rho \frac{d\bar{u}\bar{v}}{dy} = -\rho g I + \rho C_F \cdot b \cdot \varphi \bar{u}^2 \quad (2) \quad I; \text{エネルギー勾配}$$

ここで、Reynolds 応力に Plandtlの混合距離を用いる。水草がある場合に混合距離などの様におくかは問題であるが、ここでは、この点に留意しながらも、水草がない場合同様 $l = 0.4y$ として計算を進めてみる。

(2)式は、一番簡単な $\varphi = \text{const.}$ (水草が一様にある)の場合も、単純な解析解を求める事は困難であるので、摂動法により解く事を試みる。(2)式を(3)式の様に無次元化して変形し、 $\bar{u}$ 、 $\bar{v}$ を(4)式の様に摂動表示して、(3)式に代入してεのべき乗ごとに解く。

$$\frac{d\bar{u}}{d\bar{y}} = -1 + \left(C_F \cdot b \cdot \varphi \frac{U^2}{gI} \right) \bar{u}^2 = -1 + \varepsilon \bar{u}^2, \quad \bar{v} = \sqrt{\bar{z}} = K y \frac{U}{\sqrt{gIh}} \frac{d\bar{u}}{d\bar{y}} \quad (3)$$

$$\bar{z} = z/gIh, \quad \bar{u} = \bar{u}/U, \quad \bar{v} = \bar{v}/\sqrt{gIh}, \quad \bar{y} = y/h \quad U; \text{水草がない時の水面の流速}$$

$$\bar{u} = u_0 + \varepsilon u_1 + \varepsilon^2 u_2 \dots, \quad \bar{v} = v_0 + \varepsilon v_1 + \varepsilon^2 v_2 \dots \quad (4)$$

この問題は、T.P.B.V.(二点境界値)問題で、境界条件は、水面で $\bar{v} = 0$ と、流速分布が粘性底層内の流速分布と一致する条件が与えられる。この為、底の方での境界条件は複雑になる。この条件で(3)式を解くと、

$$\begin{aligned} \bar{u} &= \frac{\sqrt{gIh}}{KU} \left\{ -\ln \frac{1+\sqrt{1-\bar{y}}}{1-\sqrt{1-\bar{y}}} + 2\sqrt{1-\bar{y}} + C_1 \right\} \\ &+ \varepsilon \left(\frac{\sqrt{gIh}}{KU} \right)^3 \int_{\bar{y}}^1 \frac{1}{1-\bar{y} \cdot \bar{y}} \int_{\bar{y}}^1 \left\{ -\ln \frac{1+\sqrt{1-\bar{y}}}{1-\sqrt{1-\bar{y}}} + 2\sqrt{1-\bar{y}} + C_1 \right\}^2 d\bar{y} + C_2 \end{aligned} \quad (5)$$

となる。また、Runge Kutta Gill 法により(3)式を数値積分して数値解を求めた。この場合も、境界条件は、摂動法の場合と同様である。図2に、 $\varphi = \text{const.}$ の場合の

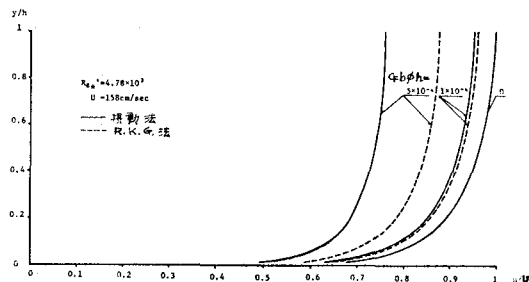


図2 摂動法, R.K.G.法による流速分布

摂動法と、R.K.G法の比較を示す。この事から一次までの摂動法の解の適用範囲は、 $\varepsilon < 6 \times 10^{-2}$ 程度であると思われる。また、水草が一様にある時は、流速勾配が小さくなる事が解かる。

III 実験・考察

先に述べた理論の検証と、水草周辺の乱れの状態と調べる為に、全長15m、水路巾40cmの水路において、実験を行った。水草の代りに、巾1~2cm、長さ1mの帯状のビニールを、水路の横断方向に張られた釣り糸に取り付けた。ピトー管、Rot film流速計による流速分布、乱れの測定、またその時の水面形をポイントゲージにより測定した。

運動量の変化から、模擬水草の抵抗係数を定め、先に述べた理論にその値を代入し、実験値と比較したのが図3である。実験値と理論値の多少のずれは、実際の密度分布が正確に見積もれない事と、混合距離を $l=0.4y$ とした為であろう。流速が並勾配になっている部分は、せん断応力が負になっている部分であるが、理論値はこの事もよく説明している。

模擬水草周辺の乱れについては、実験前には、模擬水草は底からの乱れを抑えて、乱れを小さくしているのではないかと予想したが、図5を見ると明らかに模擬水草周辺で乱れが増大している事が解る。また、F.F.T. による、パワースペクトルの計算結果の一例を図4に示すが、低周波数域で多少の差異が認められる程度である。

IV 結語

水草がある場合の流速分布、せん断応力分布、乱れ等について、水理学的面からの理解が得られた。水草の自浄作用における役割を理解するには、まだ多くの問題があるが、今後の問題としては、水草の性状や密度と乱れの関係の定量的理解、これらの知識を用いての、水草周辺の拡散現象の理解、実際の河川での測定、等があると考えられる。

○参考文献

- 1) 日野幹雄；流体力学；朝倉書店
- 2) Inoue E; On the structure of airflow within crop canopies ; J. Meteorol Soc. Japan Vol. 41

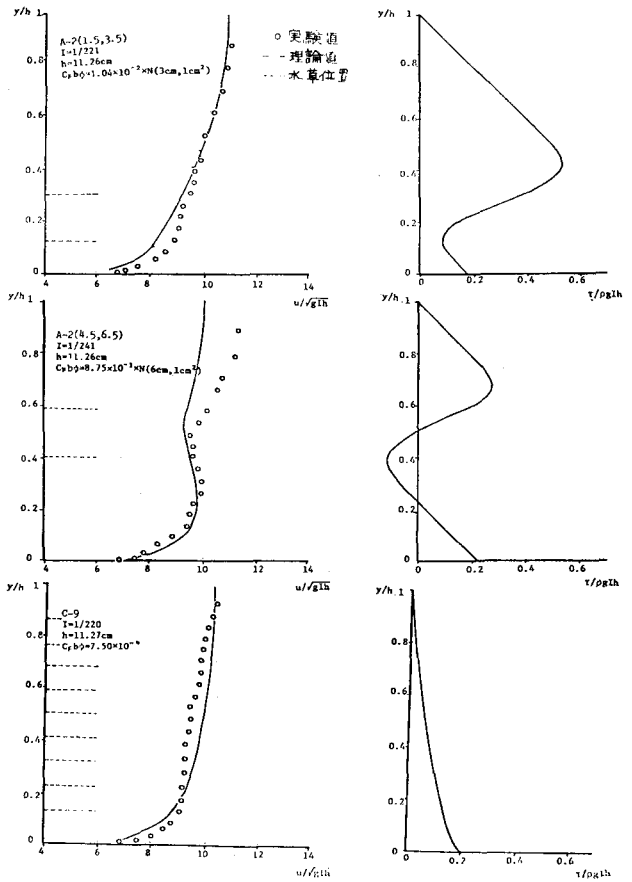
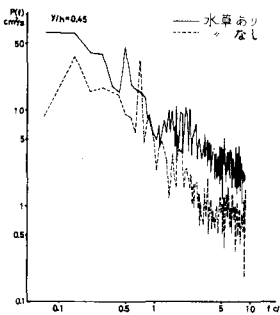


図3 水草がある時の流速分布とせん断応力分布



← 図4 乱れのパワースペクトル

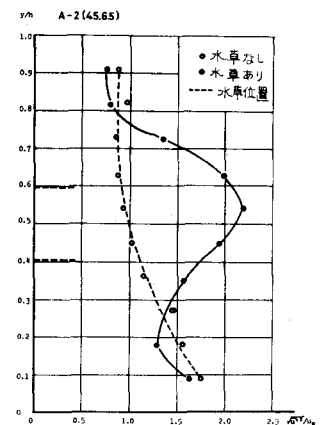


図5 乱れの強さ