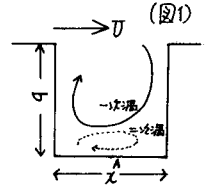


東京大学工学部 学生員 福島武彦
東京大学工学部 正員 松尾友矩

1. まえがき

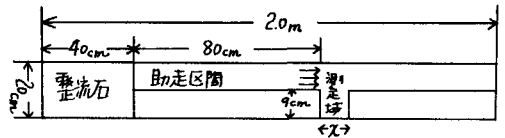
河川港湾における物質汚濁及び Street Canyon での大気汚染などの基本モデルとして、凹形領域での拡散の問題を考えた。図1に示すような凹形領域において、底部中央 A より線源として物質を放出して、形状 (b/x)、外流流速 U を変化させたときの領域内での速度・濃度分布を本実験により求め、また有限要素法を用いた拡散計算を行い、拡散係数のオーダーを推定した。



(図1)

2. 実験方法

実験水路の概略を図2に示す。形状変化として、 $x=5.0, 10.0, 15.0, 19.5 \text{ cm}$ に変化させ、また外流流速 U (測定域前断面での流速の断面平均) を $U_1=35.6, U_2=20.2, U_3=14.7 \text{ cm/sec}$ として実験を行った。測定域での流速分布は水中に含まれる空気泡の写真撮影により求めた。また拡散濃度分布は $x/2$ 点より 0.05 N NaCl 溶液 (比重 1.004) を線源として注入し、その電導度の変化を測定域内 6 点、10 点 (U_2, U_3 については本流方向に 2 点) で白金センサーを用いて測定した。



(図2)

3. 実験結果

濃度測定により定常状態濃度 $\bar{C}_{sat}$ 、定常状態より NaCl 注入停止して濃度が $\bar{C}_{sat}/2, \bar{C}_{sat}/5$ となるまでの時間 $T_{1/2}, T_{1/5}$ が定常状態での濃度変動 (分散/平均) を求めた。以下のようにボックスモデルとして解析した。ボックス内流体の平均濃度を $\bar{C}$ として、このボックス内流体が外部流速のまきこみにより、単位時間に外流に引き出される割合を $k_2 (\text{1/sec})$ とすると、物質収支の関係は

$$V \frac{d\bar{C}}{dt} = -V\bar{C}k_2 + Q \quad (1)$$

$V = b \times x$ (流路の単位長さ x), $Q = \text{NaCl}$ の単位時間単位長さ当りの注入量。

と示され、このとき k_2, k_1, k_1' は次のように求められる。

定常状態では

$$V\bar{C}_{sat}k_2 = Q \quad (2)$$

また、 $\bar{C}_{sat}$ を初期状態として、 $t=0$ に NaCl の注入を停止し

t とすれば $\bar{C}(t) = \bar{C}_{sat}e^{-k_2t}$ より

$$k_2 = \ln 2 / T_{1/2}, k_1' = \ln 5 / T_{1/5} \quad (3)$$

各形状外流流速における k_2, k_1, k_1' の値を表1に示す。ここで(2)より k_2 の計算を行う際、 $\bar{C}_{sat}$ は写真撮影の結果、ボックス内での外流による一次渦の占める領域での測定結果の単純平均とした。つまり後に述べるように、二次渦の発生した $x=5.0 \text{ cm}$ の U_2, U_3 の場合には、ボックス内底部に生じた二次渦領域での高濃度な測定値を $\bar{C}_{sat}$ 含めている。他の場合には $\bar{C}_{sat}$ はほぼボックス内全域平均となっている。 k_1, k_1' についても同様である。

表1より $k_2(k_1, k_1')$ は形状によらず、ほぼ外流流速により決定されると思われる。これは以下のように説明される。

(表1)

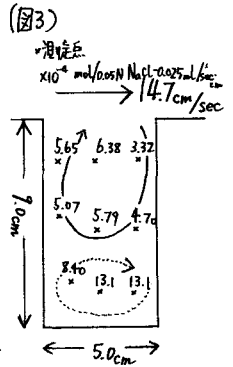
TYPE $x(\text{cm})$	Velocity U	$\bar{C}_{sat}$ $\times 10^{-4}$	$k_2(\text{sec}^{-1})$ $\times 10^{-2}$	$k_1(\text{sec}^{-1})$ $\times 10^{-2}$	$k_1'(\text{sec}^{-1})$ $\times 10^{-2}$	分散/平均 $\times 10^{-2}$
5.0	U_1	231	13.1	7.0	8.7	7.1
	U_2	262	11.5	5.2	6.5	7.9
	U_3	5.15	5.9	2.9	3.4	8.2
10.0	U_1	1.22	11.4	7.8	8.0	7.9
	U_2	1.31	10.6	5.9	6.3	7.6
	U_3	2.47	5.6	4.0	3.9	8.4
15.0	U_1	0.83	11.3	6.4	7.5	7.3
	U_2	1.05	8.9	5.3	6.1	8.8
	U_3	1.78	5.3	3.4	3.9	8.7
19.5	U_1	0.59	12.1	5.6	6.8	11.5
	U_2	0.80	8.9	5.2	7.3	12.0
	U_3	1.55	4.6	3.5	3.7	8.5

$\bar{C}_{sat} = \text{mol} / 0.05 \text{ N NaCl} - 0.025 \text{ ml/sec-cm}$

外流流速によりボ、フス上部にMixing layerが形成されると考えると、この時外流によるボ、フス内流体の引き出し速度はAbramovich¹⁾より $\bar{v}_e = 0.043 \times U$ と与えられるので、

$$V \cdot \bar{C}_{sat} \cdot k_2 \approx \bar{C}_{sat} \times \bar{v}_e \times X \quad (4)$$

として k_2 が推定できる。各外流流速に対し推定値を k_2^{pe} と表わせば $k_2^{pe}(U) = 17.0 \times 10^{-2}$, $k_2^{pe}(U_2) = 7.7 \times 10^{-2}$, $k_2^{pe}(U_3) = 7.0 \times 10^{-2}$ となり表1の実験値とよい一致をする。これによりボ、フス内での流れの状態が一渦流に支配されるときは、外流流速が与えられればボ、フス内での平均濃度は、外流による連行(Entrainment)という概念を用い予測できるといえる。しかし二次渦が生じる場合には、図3に示すようにボ、フス底部に極端な高濃度領域を生じる。これは表1において本来1となるべき k_1/k_2 , k'_1/k'_2 が $X=5.0\text{cm}$ の U_2, U_3 の場合、他には比べた値となっていることから明らかである。4数値解析においてもこの高濃度域は予測された。このように二次渦が生じる形状外流流速の場合には、連行を用いての濃度推定は一次渦領域にのみ適用され、二次渦領域には別の予測法が必要である。



4. 数値解析

二次元拡散方程式(5)をGalerkin有限要素法で定式化し、以下の条件で解いた。

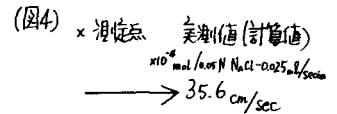
$$\frac{\partial \bar{C}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{C}}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ (D_m + k) \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ (D_m + k) \frac{\partial \bar{C}}{\partial y} \right\} \quad (5)$$

(1) $\bar{C}|_{t=0}$ として定常問題 & $\frac{\partial \bar{C}}{\partial t} = (\bar{C}(t) - \bar{C}(t-\Delta t))/\Delta t$ として定常問題の解を初期条件とした初期値問題

(2) $(\bar{u}, \bar{v})$ は与えられた流速分布を用いた。

(3) Shape function 2次、全Node数127、全Element数52

(4) 拡散係数 D_m, k の与え方 (a) $k=0$ として $D_m = 1.5 \times 10^{-5}, 0.25, 0.5, 1.0, 2.0$ [cm²/Sec] (b) $D_m = 1.5 \times 10^{-5}, 1.0$ [cm²/Sec], $k = \{\text{Schmidt数}\} \times \{\text{Deardorffモデルの渦動粘性係数}\}$, Schmidt数は1.0, 0.5 etc.



形状 $X=10.0\text{cm}$ 、流速 U を基本タイプとして(4)の各種の拡散係数を与えて計算を行い、実験結果と比較した。その結果、図4に示すように $D_m=1.0$, $k=1.0 \times \{\text{Deardorffモデルの渦動粘性係数}\}$ 程度の拡散係数を与えた時、実験値との対応がよかた。形状外流流速と変化した場合にも、また初期値問題として k_1, k'_1 を計算した場合にも実験値とよい一致とした。このような拡散係数の与え方が実験濃度を説明した理由は明白ではないが、理論的に予想される $D_m = 1.5 \times 10^{-5}$ [cm²/Sec] $+ k = 1.0 \times \{\text{Deardorffモデル}\}$ がうまくいかなかったのは、Deardorffモデルでの普遍定数 C 及び ν_{rms} の与え方に問題があるのかもしれない。ここで $[C = D_m + k = 1.0 + \{\text{Deardorffモデル}\} \approx 1.0 \sim 1.8$ [cm²/Sec] は、Richardsonの²⁾実験式 C [ft²/Sec] = $0.007 \times L$ [ft] で拡散スケールとして $X=10\text{cm}$ を用いたときに予測される数値である。

5. あとがき

凹形領域での拡散の問題において、連行の概念を用いボ、フス内平均濃度が予測され、さらにボ、フス内濃度分布がスラッ型拡散方程式に適切な拡散係数を与えることにより推定できることを示した。今後の課題としては、(1)形状外流流速をさらに変化させ、二次渦の発生条件形態を明らかにする。また乱流変動成分の測定を行い、凹形領域内での乱流構造を求める。(2)連続式Navier-Stokes方程式(渦動粘性係数-Deardorffモデル)を用いての領域内速度分布を求める計算は、现阶段では発散して得られていないが、これを収束させることにより4.(2)の $(\bar{u}, \bar{v})$ として拡散計算を行う。最後に本研究に対して数々の有益な助言をいただいた中沢大等首藤伸夫教授、川原陸人助教授に謝意を表します。

参考文献) 1) B.N.Abramovich; The theory of turbulent jets Cambridge 1963

2) J.W.Deardorff; A numerical study of three dimensional turbulent channel flows at large Reynolds numbers J.F.M. Vol 41