

東京大学 学生会員 岩崎光隆

東京大学 正会員 堀川清司

1. まえがき 筆者らは長周期の非定常流中の拡散を研究しているが、その研究の上でも河川の水平横断方向の拡散現象について調べることは重要なことである。また拡散方程式を用いずに、多数の粒子を追跡して拡散の状態をシミュレートする統計的手法もことに境界条件の複雑な場合には有効な方法であると思われる。本研究においては最初の段階として定常かつ一様な流れに問題を絞り、しかも現地で比較的容易に測定可能な水深 H 、摩擦速度 U_f 、断面平均流速 U だけをもとにして乱流モデルによって拡散をシミュレートする点に重きを置いた。

2. 拡散係数の予測 Orlob はKolmogoroff 相似仮説からのアナロジーにより、流れに対して水平横断方向の拡散係数 D_z について次式が成立することを実験的に確かめた。¹⁾

$$D_z = \text{Const.} \varepsilon^{1/3} l^{4/3} \dots (1) \quad \text{ここに } \varepsilon: \text{エネルギー-逸散率} \quad l: \text{拡散場の渦のスケール}$$

いま、拡散に寄与する渦のスケール l について考えると、粗面水路や河川の水深 H の比が非常に小さいときには水深の影響が支配的である。したがって l を水深 H にとるのは妥当である。またレイノルズ数相似則の適用による乱れ特性量の普遍関数表示について、膨大な資料をもとに実験的に検討された結果は今本により詳しく報じられている。²⁾ 河川等に放出された汚濁物質が水深方向に一様化する時間は横方向のそれに比べ小さいことから、水深方向に平均化された次の式を用いる。ただし L は乱れの平均スケール、 T_E はEulerタイムスケールとする。

$$u' = 0.54 U_f^{2/3} U^{1/3} \dots (2) \quad \varepsilon = \text{const.} U_f^3 / H \dots (3) \quad L = U T_E = 0.15 H U / U_f \dots (4)$$

以上のことから(1)式を書き改めると、拡散に寄与する渦のスケールおよび乱れのスケールに関して次式を得る。

$$D_z = \text{const.} U_f H \dots (5) \quad D_z = \text{const.} (U_f / U)^{4/3} \varepsilon^{1/3} L^{4/3} \dots (6)$$

(5)式はElderによって速度の対数分布則と等方性乱れの仮定から提案された式と一致しており、係数は一般に実験により0.23といわれている。 $D_z = 0.23 U_f H \dots (7)$

図-1は横軸に $H U_f$ 、縦軸に D_z をとり実験値および(7)式を書き入れてある。 $H U_f$ の小さい領域では浮遊粒子を用いた実験のものを除くと(7)式とは少し合わないようであるが、これを次のように考えた。粗面開水路あるいは河川の場合には $H U_f$ の値はせいぜい8~25程度であり、その中間の値15を用いるとすると³⁾、開水路における限界レイノルズ数が約500程度であることから乱れの十分発達する一応の目安として $H U_f > 75$ が得られる。また $H U_f$ が大きい領域での値がばらつきを生じているが、GloverおよびYotsukuraによる測定においては大きい半径で河川が湾曲していること、Crickmoreの測定では U_f の値を約10mの水深での速度分布から求めており、測定の精度も悪いことが原因と考えられる。

3. 乱流モデルを用いた拡散のシミュレーション このモデル⁴⁾によるシミュレーションには u' および水平横断方向のLagrangeタイムスケール T_L を知る必要がある。そのためには等方性乱れの仮定から u' は(2)式を用い、また T_L は(2)式および(7)式から得る次式を用いることとする。

$$T_L = 0.79 H / (U_f U^2)^{1/3} \dots (8)$$

いま、乱流場とある有限個の異なる大きさの渦の集合と考え速度 $u(t)$ を次式であらわす。

$$u(t) = u_0(t) + u_1(t) + \dots + u_n(t) + \dots + u_N(t) \dots (9) \quad \text{但し添字の0は最大、Nは最小をあらわす。}$$

乱流速度とその寿命時間 τ_n の間の関係をLagrange的取り扱いにより求めると、 u' は次のように求まる。

$$u' = \left(\sum_{n=0}^N u_0(\tau_n / \tau_0) \right)^{1/2} \dots (10) \quad \text{ここに、}\tau_n \text{は第}(n+1)\text{番目の大きさの乱子の寿命時間}$$

したがって、まず最初にいくつかの任意の異なる大きさの乱子の組み合わせが決定されると、所定の乱れ強度 u' を得るためにはこの組み合わせにおける最大乱子の乱子速度 u_0 を適当に決めることが必要である。

時刻 t における粒子の座標を (X_n, Y_n) とすると、 Δt 後の時刻 $(t+\Delta t)$ には粒子の位置は次の式で与えられる。

$$X_{n+1} = X_n + (U + u') \Delta t \cdots (11)$$

$$Y_{n+1} = Y_n + u' \Delta t \cdots (12)$$

ここで Δt は計算における1ステップで、それに相当する時間スケールを次のように求める。

$$\Delta t = \tau_N = T_L / T_M \cdots (13)$$

ここに T_M は計算機による乱れの積分特性時間

今回の乱子モデルでは相対的な渦の寿命時間を $1, 1/2, 1/4, 1/8, 1/16$ の5種類にとつたために T_M は5.6であった。

以上の方法を用いての拡散のシミュレーションの妥当性を検討するために、中川、江戸川、Missouri川での実測資料^{5), 6), 7)}を利用した。図-2、図-3の実測値はこの資料をもとに拡散中を逆算したものである。中川で実測されたデータのうち、第4番目の測定点における値が非常に大きい、これはこの付近の河床地形の大きな変化によるものである。Missouri川での測定は半径約3.5 kmのなめらかな湾曲区間でのものであるため、下流にいくに従って二次流の影響が顕著に出てくるが、トレーサー投入地点付近では一様な直線部でのシミュレーションで合うようである。図-2、図-3、図-4の黒丸は乱子モデルを用いた拡散のシミュレーションでの拡散幅であるが粒子数が少ないために少し変動しているものの比較的良好く合っているといえる。

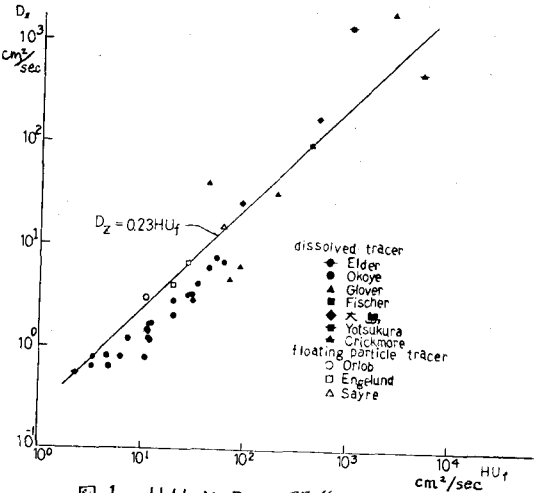


図-1 HU_f と D_z の関係

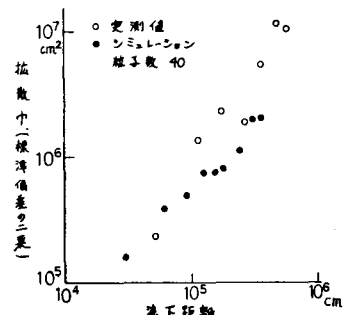
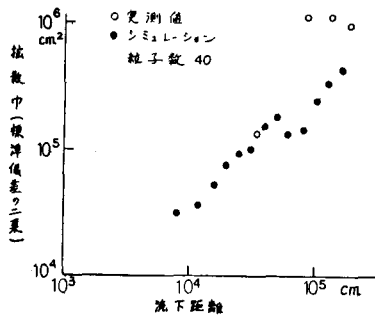
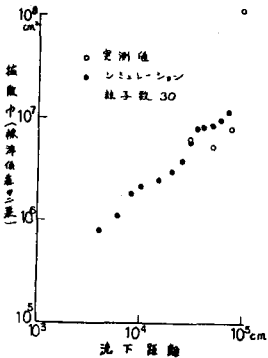


図-2 中川での実測値とシミュレーション 図-3 江戸川での実測値とシミュレーション 図-4 Missouri川での実測値とシミュレーション

4. 結論 1). kolmogoroffの相似則を拡張したOrlobによる拡散係数の式において、拡散場の渦のスケール l を水深にとり、エネルギー逓散率については乱れの普遍関数表示を用いることによって、Orlobの式とElderの式とが関連することが示された。2). 現地での測定が比較的容易な水深、摩擦速度、平均流速等によって乱れ強度やタイムスケールを見積り、乱子モデルを用いて拡散のシミュレーションを行なった。〈参考文献〉

- 1). Orlob, G.T., Trans. ASCE, Vol.126, pp397~438 (1961)
- 2). 今本博建 土木学会論文報告集, 197 (1972)
- 3). 本間仁, 安其岐一編「物部水理学」岩波書店 P.107
- 4). Hino, M., Trans. JSCE, No.123 PP33~47 (1965)
- 5). 大島吉雄, 松元賢市, 土木技術資料18-2 PP65~70 (1976)
- 6). 大島吉雄, 松元賢市, 第30回年議講演概要集II部 (1975)
- 7). Yotsukura, 他, U.S.G.S. Water Supply Paper 1899-G (1970)
- 8). Okoye, J.K., CIT Report No. KH-R-23 (1970)
- 9). Elder, J.W., J.F.M. Vol.5, no.4, pp544~560 (1959)
- 10). Sayre, W.W. and Chamberlain, A.R., U.S.G.S. Circ. 484 (1964)
- 11). Fischer, H.B., U.S.G.S. Prof. Paper 575-D (1967)
- 12). Englund, E., ASCE. HY4. PP 1149~1162 (1969)
- 13). Glover, R.E., U.S.G.S. Prof. Paper 433-B (1964)
- 14). Crickmore, M.J., ASCE. HY10, PP1737~1751 (1972)