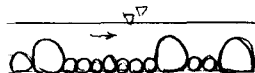


1 はしがき 急こう配の山地河道では、流れによる砂れきの淘汰が十分でなく、粒径範囲が広く、河床面の粒径分布は終局的な Armour Coat に達していない場合が多い。水深に比して相対的に粒径が大きい、このような流れで、粗度要素としての砂れきの特性をいかに表現するのが妥当かについては、必ずしも明らかでない。まさつ抵抗に、突起する砂れきの高さや間隔が関係することはすでに指摘されているところで、着者も図1のような砂面に粗れきが突起する場合の抵抗について考察し、粗れきが突起した面の抵抗係数 f_s と砂面の抵抗係数 f_b との比が

$$f_s/f_b = (1-\beta) + C \left(\frac{2.3}{K} \right) \left(\frac{\delta}{\alpha k} \right)^p \cdot \left[A_0 \left\{ a \left(\frac{k}{L} \right) \log \left(\frac{k}{L} \right) + b \left(\frac{k}{L} \right) \right\} \right] \left(\frac{k}{L} \right)^2$$



と、突起した高さとその間隔の比 k/L が大きな影響を与えることを述べた¹⁾。ここに、図1、砂れき面のモデル β は後流の領域も含めた突起砂れきの支配面積率、 δ は後流厚の厚み、 p は δ の表現に用いた指数、 K はカルマン常数、 α は砂れき高さ k と相当粗度 k_s に変換するための係数、 A_0 は平均流速と対数則で表わしたときの係数である。この式と実験値と比較すると、良く一致することが見出されたが、砂れき面の k/L の表わし方に厳密性と k/L と表面粒径との結びつきが十分でなかった。実際河川で使用可能にするためにこの式を改善する必要がある。

砂れき面の平面的な分布特性を測定して、何ら δ の尺度を見出し、相当粗度 k_s と結びつけることは、実験水路では可能であるとしても、実際の河道で同様な方法を用いることは、困難がある。一つの方法として河床面のある縦断線にそつて凹凸を測定し、その線中に占める粗れきの割合から、 k/L を表わすと同時に、表面粒径との結びつきをはかることが考えられる。本文は、とりあえず、河床面と占める粗れきの分布とある任意の線上において粗れきが占める線分率の関係について述べる。

2. 粗れきの容積率、断面における面積率および線上の線分率の関係

一辺の長さ L の立方体で限られた体積要素と考へ、立方体の表面から z の位置の表面に平行な面において、特定の大きさのれきの占める面積率を $A_A(z)$ と表わすと、 L の区間にわたつて平均された $A_A(z)$ の期待値 $E(A_A)$ は、つぎのように表わされる。

$$E(A_A) = \bar{A}_A = \int_0^L A_A(z) f(z) dz \quad (1)$$

ここで、 $f(z) dz$ は、特定の粗れきが z と $z+dz$ との間にある確率である。この確率がどの面でも同じとすると、 $f(z) dz = dz/L$ となり、(1)式は

$$\bar{A}_A = \int_0^L A_A(z) dz / L = \int_0^L A(z) dz / L^3 \quad (2)$$

となる。 $\int_0^L A(z) dz =$ 立方体の中の特定の粗れきの全体積 V であるから(2)式は

$$\bar{A}_A = V/L^3 = \text{体積率} \quad (3)$$

と表わせる。この結果は、特定粒径の体積率は、ある断面のそのれきの占める面積率と等しいことを示す。これと同じ考へ方を用いると、断面内のある線分中にれきが占める線分率 $\bar{L}_L$ も $\bar{A}_A$ と等しいという結果を得る。

3. 弦の分率から求めたれきの大きさの分布

中心が空間中に統計的に一様に分布している直径 D のれきと考へる。図3のような円柱の単位体積において、体積中のれきの中心が N_v 個あるとすると、割線 AB の単位長さあたりの弦の数 N_L が $D/2$ より $D/2$ までは

$$N_L(l, j) = \pi x^2(l, j) N_v(j) = \frac{\pi}{4} (D^2 - l^2) N_v(j) \quad (4)$$

となる。れきの直径が D_L から D_K まであり、それらの単位体積中の数 $N_v(l) \sim N_v(k)$ であるとする、割線 AB の単位長さあたりの l よりも大き

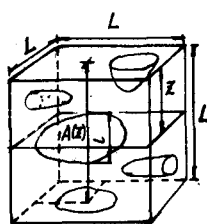


図2 単位体積中の粗れきの体積率

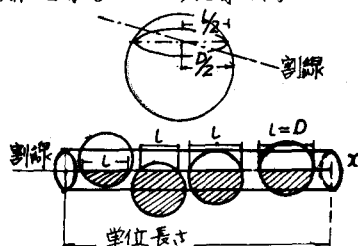


図3 単位体積中のれきの分布

きり切片の数は

$$N_L(i, K) = \frac{\pi}{4} \sum_{j=i}^K (D_j^2 - l_i^2) N_V(j) = \frac{1}{4} \sum_{j=i}^K \pi D_j^2 N_V(j) - \frac{\pi l_i^2}{4} \sum_{j=i}^K N_V(j) \quad (5)$$

$\sum \pi D_j^2 N_V(j) = S_V(i, K)$ はこれらのれきの全表面積で、 $\sum_{j=i}^K N_V(j) = N_V(i, K)$ は l_i よりも大きい直径のれきの数である。(4)式に代入すると、割罫の単位長さあたりに、長さ l_i から D_{max} の間にある弦の数はつぎのようになる。

$$N_L(i, K) = \frac{1}{4} S_V(i, K) - \frac{\pi l_i^2}{4} N_V(i, K) \quad (6)$$

i) 連続的分布 ; 分布が連続的であるとき、(6)式は、つぎのように表わされる。

$$dN_L(i, K) = \frac{1}{4} dS_V(i, K) - \frac{\pi l_i^2}{4} dN_V(i, K) - \frac{\pi}{2} N_V(i, K) l_i dl \quad (7)$$

直径が l_i と $l_i + dl_i$ の間にあるれきについては、 $dS_V = \pi l_i^2 dN_V$ であるから、(7)式の右辺1, 2項はなくなり

$$dN_L(i, j) = \frac{\pi}{2} N_L(i, j), \quad dN_L(i, j) = \frac{\pi}{2} N_V(i, K) l_i dl \quad \text{の関係を用いると、}$$

$$dN_L(i, j) = \frac{\pi}{2} N_V(i, j) l_i dl \quad (8)$$

となる。 $N_L(i, j)$ は l_i よりも小さい弦の数である。れきの直径の累積分布と弦の分布関数との関係は、

$$N_V(i, K) = \frac{1}{\pi l_i} \frac{dN_L(i, j)}{dl} \quad (9)$$

を得る。 $N_V(i, K)$ は直径が l_i よりも大きい粒子の数で、 $dN_L(i, j)/dl$ は実験的に決める弦の分布関数である。

ii) 不連続分布 ; 有限な差については、(9)式をつぎのように書直すことができる。

$$N_V(i, K) = \frac{2}{\pi \Delta} \frac{N_L(i)}{l_i} \quad (10)$$

および

$$N(i+1, K) = \frac{2}{\pi \Delta} \frac{N_L(i+1)}{l_{i+1}} \quad (11)$$

ここで、 $N_L(i)$ 、 $N_L(i+1)$ は、それぞれ $l_i \pm \Delta/2$ 、 $l_{i+1} \pm \Delta/2$ の区間にある弦の数である。(10)と(11)式の差は、

$$N_V(i) = \frac{2}{\pi \Delta} \left\{ \frac{N_L(i)}{l_i} - \frac{N_L(i+1)}{l_{i+1}} \right\} \quad (12)$$

となる。 $N_V(i)$ は、直径が l_i と l_{i+1} の間に

図4 砂れき面

ある粒子の数である。計算にあたっては、(12)式を変形して

$$N_V(i) = \frac{4}{\pi \Delta^2} \left\{ \frac{N_L(i)}{2i-1} - \frac{N_L(i+1)}{2i+1} \right\} \quad (13)$$

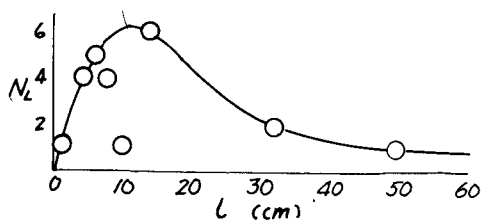
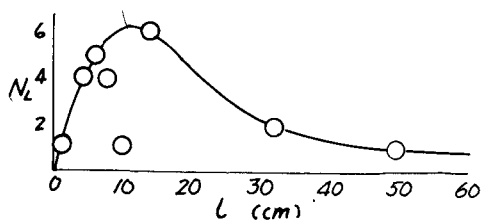
とする。この場合、 $N_V(i)$ は、平均が $l_i \Delta$ で、 $l_i \Delta - \Delta/2$ と

$l_i \Delta + \Delta/2$ の間の直径をもつれきの数である。

4. 実験値への適用

平均粒径が 3mm で標準偏差 $\sigma = \sqrt{d_{84}/d_{16}} = 5$ である砂

図5. れきの弦の分布



れきと水路にしき、水と流して Armour Coat を形成させ、その水路床のある線にそって、その凹凸を測定した結果を図4に示す。平均こう配と等しい線と引き、この線と切る突起部の長さ l_i の分布をいざぐると、図5とうる。これを図中の曲線に示すように平滑化し、その分布を用いて、(13)式によって、表面の粒径分布を求め、実験値と比較すると、図6とうる。Armour Coatが終局的な状態に達せず、水路床表面の粒度分布を測定する以外に得られないこの種の場合には、有効な方法といえる。この結果はさらに l_i および植枝法則との結びつきとはなる必要があるが、これについては後述する。

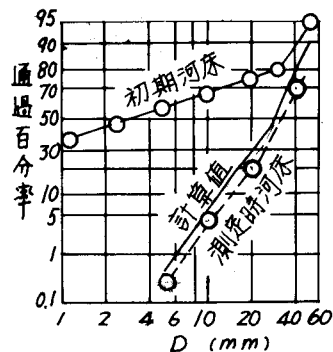


図6 水路床面のれきの分布

参考文献) 大同; 混合砂れきによる国産水路の抵抗, 水29回土木学会年講, 昭49.10

2) R.Fullman; Measurement of Particle Size in Opaque Bodies, Tran Met. Soc. AIME 197 477 (1973)