

東京工業大学 学生員 石川 忠晴
同 正会員 吉川 秀夫

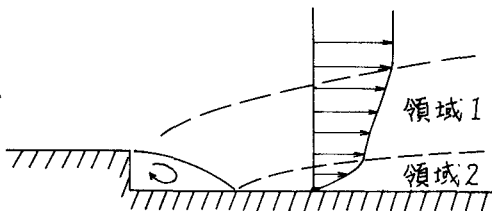
段落ち流については、剥離現象や形状抵抗の問題に関連して多くの研究がなされている。これらの研究の主な関心事は剥離領域内の圧力分布である。一方、剥離領域が存在するとそれ以降の流れは通常の境界層とかなり異なった性状を示し、それにつれて底面せん断力も変化している。このせん断力の変化によってもたらされる抵抗自体は形状抵抗に較べて小さいが、これによって底面が変形するような場合には変形の結果新たに剥離領域を生じ抵抗を増大させることも考えられ、以後の流れに大きな影響を及ぼすものと思われる。本研究はこれらの点に注目し reattachment point より下流の流れを解析しようとするものである。

§ 1. 領域区分

図1に示すように流れを二つの領域に分けて取り扱う。

領域1では流れは自由乱流的な性質を持っていると考える。

領域2は境界層領域で、この部分では inner law が成立すると仮定する。また、領域2の厚さは流下距離に較べて充分薄く、境界層近似が成立すると仮定する。



§ 2. 解析

取り扱いを簡単にし、剥離領域の存在が以後の流れに与える影響を明確につかむ目的で、二次元流れで流体厚が無限大、底面が滑面の場合を取り扱った。

2-1. 領域1の流れ

領域1の流れは自由乱流的性質を持っていると思われるので渦動粘性係数を用いてせん断力を表示する。

$$U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \epsilon \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right), \quad U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \epsilon \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} \right) \quad (7)$$

領域2が薄いということ、領域1の流れには底面せん断の影響がほとんど伝わっていないということを考慮して、通常の境界層におけるのと同様の方法を使う。すなわち領域1の流れの解析においては領域2の存在を無視し、かつ底面での摩擦を無視する。このように考えるとこの流れは物体背後の流れ(後流)と全く同じことになる。そこで通常の後流の解法に従って(7)式の各項のオーダーを見積り、摂動法によりオ二近似解まで求めると次のようになる。

$$\frac{U}{U_0} = 1 - C \xi^{3/2} \exp(-\frac{1}{4}\eta^2) - \frac{C^2}{2} \xi^{-1} \psi_2(\eta), \quad \eta = \frac{y}{\sqrt{\epsilon x U_0}}, \quad \xi = x/d$$

$$\psi_2(\eta) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n H_n \left(\frac{\eta}{\sqrt{2}} \right) \exp(-\frac{1}{4}\eta^2), \quad A_n = \frac{-(n-3)}{n(n-1)} A_{n-2}, \quad A_0 = \sqrt{2} \quad (8)$$

Schlichting らが後流の実験から求めた抗力係数と振がり幅の関係を使うと、

$$\frac{b_{1/2}}{d} = 0.354 \sqrt{C_D} \xi^{-1/2} \quad (\text{オ1近似}), \quad C_D = \text{工機運動量} / \frac{1}{2} \rho U_0^2 d$$

$$\frac{U_b}{U_0} = 1 - C \xi^{3/2} - \frac{C^2}{2} \xi^{-1}, \quad C = 1.34 \sqrt{C_D}, \quad b_{1/2}: \text{半値半幅}, \quad U_b: \text{底面流速} \quad (9)$$

2-2 領域2の流れ

速度分布が次式であらわされるとする。

$$\frac{U}{U_*} = \begin{cases} 5.5 \log \frac{U_* y}{\nu} + 5.45 & (\eta \geq 11.22 \frac{\nu}{U_* d}) \\ \frac{U_* y}{\nu} & (0 < \eta < 11.22 \frac{\nu}{U_* d}) \end{cases} \quad (4)$$

境界層内の運動量の釣り合いは次式であらわされる。

$$\int_0^{\delta} (U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y}) dy = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} \delta + \frac{U_0 - U_b}{\rho} \delta = U_b \frac{dU_b}{dx} \delta - U_*^2 \quad (5)$$

(4)式を(5)式に代入して u_b について整理すると次のようになる。

$$\frac{du_b'}{dz'} = 3 \left(\frac{u_b'}{u_b} \frac{du_b'}{dz'} - \frac{u_b'^5}{u_b^5} Re \right) \quad \left(\delta' < \frac{C}{Re u_b'} \right) \quad \frac{du_b'}{dz'} = \frac{\frac{1}{a} U_* \exp(U_*) \frac{du_b'}{dz'} - \frac{b}{a^2} Re u_b'^2}{\exp(U_*) \{ L_*^2 - 2L_* + 2 \} - bC \{ \frac{2}{3} (\frac{C}{a})^2 - 2(\frac{C}{a}) + 2 \}} \quad \left(\delta' \geq \frac{C}{Re u_b'} \right) \quad (6)$$

ただし $U_* = \frac{u_b}{2u_*}$, $u_*' = u_b'/u_{b0}$, $u_b' = u_b'/u_{b0}$, $z' = z/d$, $Re = \frac{u_{b0} d}{\nu}$, $a = 2.39$, $b = 9.80$, $C = 11.22$.

§3 実験

図2に示す風路において表1に示す二種類の実験条件について測定を行った。なお測定には外径1.3mmのピトー管とベッツ型マノメーターを使用し、セン断力の算定には Patel⁽²⁾のキャリブレーション結果を使った。

	RUN 1	RUN 2
U_{∞}	4.25 m/s	8.85 m/s
Re	9380	19530

表 1

§4 実験結果と解析解との比較

図3は領域1の流れの欠損流速分布である。図中の曲線は Gauss 関数である。図5は u_b と $b\delta$ についての比較である。なお C_0 は無限遠点における欠損運動量から決まるのであるが、ここでは最下流断面(11)の速度分布形から求めた。図4は測定されたセン断力で無次元化した領域2の流れの流速分布である。図6は次式で定義されるセン断力係数の比較である。

$$C_f = \tau_0 / \frac{\rho}{2} U_{\infty}^2 = 2u_*'^2$$

図中の実線は(6)式中の u_b に(4)式を代入して得られたものである。しかし図5からわかるように(4)式は Reattachment point の位置に大きなズレを生じ、これが与える誤差が大きいと思われる。そこで領域2の解析の妥当性を調べる為に図5の u_b の測定値に合うように引かれた曲線を用いて同様の計算を行った。これが図中の点線である。

§5 結論

段落ち流は、段落ち直後では自由乱流的性質を持っていると考えられるが、流下するうちに普通の境界層に移行する。この中間では両者が共存し流れは複雑な様相を呈するが、二つの領域に分けて取り扱えば解析は可能である。底面セン断力は境界層の発達と密接に結びついており、全体の速度分布から単純に求めることはできない。ここでは内部境界層の運動量式を用いて計算した結果実験と良い一致を見た。

参考文献

- (1) 吉川, 石川, 平衡状態にある二次元 Sand Waves の形状について, 才30回年講, 1975
- (2) Patel, V.C., Calibration of the Preston tube and limitation on its use in pressure gradient J.F.M. 1965

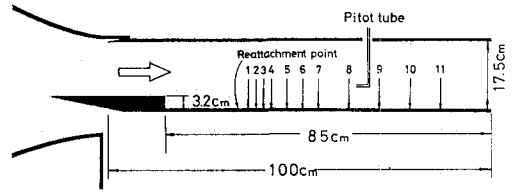


図2 実験装置

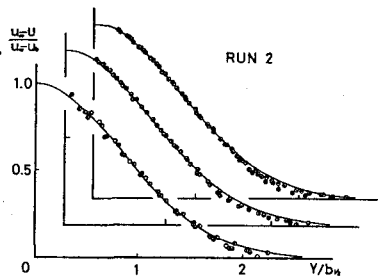


図3 領域1の欠損速度分布

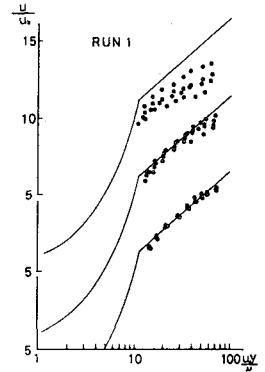


図4 領域2の速度分布

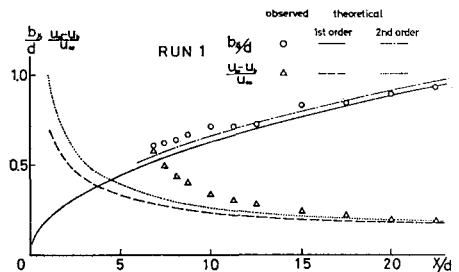


図5 半値半幅, 底面流速

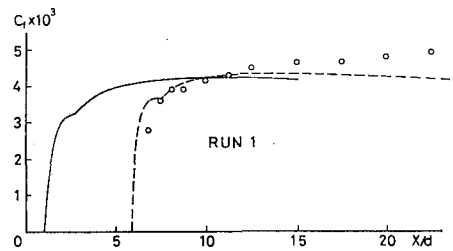


図6 底面セン断力係数