

京都大学防災研究所 正会員 河田 恵昭

京都大学防災研究所 正会員 土屋 義人

(株) 住友金属工業 正会員 林 省造

1. 緒言 Kennedy ら従来数多く発表されている、流れによる砂面の不安定性理論では、流れをポテンシャル流あるいはせん断流とするいずれの取扱においても、流砂量の非平衡性を表示するための付加的な仮定を導入する必要があり、これが解析結果に対する物理的解釈の種々の困難をもたらしているといえよう。ここでは、この基本的欠点をなくすため、すでに著者らが誘導した砂粒の saltation に基づく飛砂・流砂の基礎方程式から直接得られる砂面変動の基礎方程式の数値解と擬似定常近似による解析解を用いて、飛砂・流砂による砂面形態の領域区分を試み、従来の実験および観測結果と比較検討した結果を報告する。

2. 砂面の不安定性と砂れんの発生限界の理論

2-1. 砂面変動の基礎方程式の誘導 著者らは、砂粒と流体を含む 2 相流に運動量保存則を適用して求めた飛砂・流砂の基礎方程式と流速分布の対数則に摂動法を用いて、砂面擾乱に関する 4 階線形偏微分方程式をすでに誘導した。すなわち、 h_0 : 水深、 U_0 : 平均流速、 d : 砂粒の粒径、 u_* : 摩擦速度、 σ および ρ : それぞれ砂粒と流体の密度とし、 h_0 および U_0 を基準量として無次元量 $\bar{y} = y/h_0$, $\bar{t} = (U_0/h_0)t$, $\bar{x} = x/h_0$ と定義すれば、それは次式で表わされる。
$$\sum_{i=0}^4 m_i \partial^4 \bar{y} / \partial \bar{t}^i \bar{x}^i + \sum_{j=0}^4 m_j \partial^2 \bar{y} / \partial \bar{t}^j \partial \bar{x}^2 + \sum_{k=0}^4 m_k \partial^2 \bar{y} / \partial \bar{t}^k \partial \bar{x}^4 = 0 \quad (1)$$
ここに、 $m_0 = 1$ および $m_1 \sim m_{10}$ は、すべて相対水深 h_0/d と無次元掃流力 $\tau_0 = u_*^2/(\sigma/\rho - 1)gd$ の関数として表わされ、添字 0 は等流状態を示す。そして、砂面擾乱 $\bar{y}$ が、複素波速 $\bar{c}$ と無次元波数 k によって、 $\bar{y} = \bar{y}_0 \exp\{ik(\bar{x} - \bar{c}\bar{t})\}$ によって表わされると考えると、砂面変動の基礎方程式は結局つぎのようになる。
$$\bar{c}^4 + (-m_2 + im_5/k)\bar{c}^3 + \{(m_3 - m_9/k^2) - im_6/k\}\bar{c}^2 + \{(m_3 + m_{10}/k) + im_7/k\}\bar{c} + m_4 - im_8/k = 0 \quad (2)$$
ここに、 $\bar{c} = c/U_0$, $k = 2\pi h_0/L$ および L : 砂面擾乱の波長である。さて、流れと砂粒の運動の時間的変化が緩慢であり、非定常項を無視できるとすれば、式(2)の解析解はつぎのように表わされる。
$$\bar{c} = [k\{(B_1 - B_2) - B_5 X_1\} - i\{(B_2 - B_4) - B_5 X_2\}] / \{-B_6 k X_1 + B_7 X_2 + i(B_6 X_2 + B_7 X_1)\} \quad (3)$$
ここに、 $B_1 = A_2 A_4 \tau_0 \bar{g}_{20} \sqrt{F_0}$, $B_2 = -(\sqrt{F_0}/h_0) \{A_2 A_3 A_4 \bar{g}_{20} / \bar{U}_{m0} (g/\rho - 1) + 2(g/\sigma)\}$, $B_3 = -2.5(\sqrt{F_0}/h_0) B_1 B_5$, $B_4 = -2.5(\sqrt{F_0}/h_0) B_2$, $B_5 = \bar{g}_{20} / (F_0 \sqrt{U_{m0}})$, $B_6 = F_0^2 B_5$, $B_7 = A_3 B_5$, $X_1 = F_0^2 - 1$, $X_2 = 1 + 3.5 \sqrt{F_0}$, $F_0 = U_0 / \sqrt{g h_0}$, $A_2 = 4(1 - e) / 3 \lambda C_0 C_1 A_4^2 \bar{c}_0$, $A_3 = \cot \beta_m (1/e - 1)(g/\sigma - 1) / \{2(g/\sigma + 1/2)\}$, $C_1 = \sqrt{1 + 9/32(1 - e)^2 C_0 A_4^2 \bar{c}_0^2}$, A_4 : 完全粗面乱流の場合約 8.5 とする定数、 1 : 砂面勾配、 e : 砂粒の反発係数、 β_m : 砂粒の平均飛出し角度、 C_0 : 砂粒の抵抗係数および τ_0 : 跳躍砂粒の飛高と飛距離との比で定義される定数であり、また無次元流砂量 $\bar{g}_{20}$ と砂粒の平均流下速度 $\bar{U}_{m0}$ は、著者らの砂粒の saltation 機構に関するこれまでの研究成果から、流砂では全運動砂粒が近似的に定常跳躍するとして、それをれつぎのように表わされる。
$$\bar{g}_{20} \bar{c} \bar{g}_{20} / (u_* d) = e / (1 - e) (\tan \beta_m) \{1 + (1/2)(g/\sigma)\} \{1 - e - (1 - e) C_1\} (c_x - c_{ex}), \bar{U}_{m0} = (U_{m0} / u_*) = (A_4 / 2) \{1 - e - (1 - e) C_1\} \quad (4)$$
一方、飛砂ではすべての運動砂粒が必ずしも定常跳躍してはいないので、砂粒の運動の配分則を考慮して、無次元飛砂量と砂粒の平均移動速度を与えている。

2-2. 飛砂への適用 流砂現象は河床と水面にはさまれた領域に限定されているのに対し、飛砂では風速の増大に伴って、砂粒の運動領域は次第に大きくなり、事実上無限大になると考えられる。したがって、2-1. で示した理論を飛砂の場合に適用するにあたって、流砂の場合の水深に対応するものとして飛砂の場合何をとるかには非常に重要な問題であろう。いま、飛砂の場合この特性量として、乱流境界層厚と掃流砂粒の運動層厚(いわゆる saltation 層厚)とが考えられるが、風洞実験において乱流境界層がほぼ完全に発達した状態において、風速をさらに大きくすると砂面形態が変化するという事実と saltation を行っている砂粒が ripples の発達に大きく寄与しているという Bagnold の観測結果から、ここでは前者を水深に対応するものとする。そして、この

saltation 層厚が砂面と固定床的な衝突によって定常跳躍する砂粒の平均跳高 $\bar{H}_{sm} (= H_{sm}/d) = (1/8)(\sigma/\rho + 1/2) \lambda^2 A r^{*2} l + c$
 $-(1-c) C_1 l^2 \tau^*$ ----- (5) τ^* と与えられるとし、摩擦速度および Froude 数を新しくつぎのように定義する。 $u_* = \sqrt{g H_{sm} I_p}$, $Fr = U_0 / \sqrt{g H_{sm}}$ ----- (6) こゝに、 I_p は水流の場合の河床勾配に対応するものである。

3. 実験および観測結果との比較検討

3-1. 流砂による河床形態の領域区分

図-1 は相当砂粒粗度 $k_s = 4d$ として T_* 式(3) を計算し、無次元係数 k をパラメーターとして図示したものである。計算に用いた反発係数などの値は、砂粒の saltation の実験結果から決定したものであり、 $e = 0.63$, $\tan \beta_m = 0.5774$

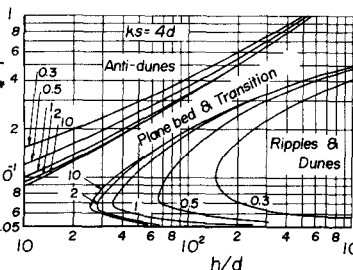


図-1 解析解による河床形態の領域区分

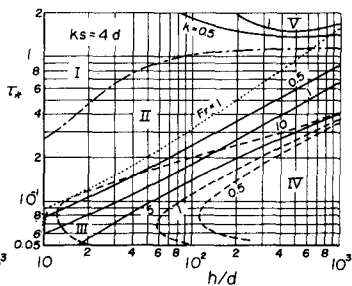


図-2 数値解による河床形態の領域区分

および $\lambda = 0.4$ とし、かつ $\sigma/\rho = 2.65$, $C_0 = 0.4$ および $C_1 = 0.05$ とおいた。この図から、 k の増加に伴って anti-dunes および ripples & dunes の領域が拡大し、10以上になれば k に無関係にこれらの領域は一定になることがわかる。また、この図と k_s を変化した領域区分図との比較から、 k_s が大きくなると $h/d < 200$ では anti-dunes の領域が拡大し、 $h/d > 200$ では縮小する傾向が見られ、また ripples & dunes の領域はつねに狭くなることがわかった。図-2 は図-1 の場合と同じ条件で式(2) を数値計算したものである。数値計算の結果から、図中の h/d と C_1 の範囲内で plane bed & transition の河床形態がともに発生可能であったほか、第I領域(上流あるいは下流方向へ伝播可能な anti-dunes の共存域)および第IV領域(下流方向へ伝播する anti-dunes のみが発生可能)が新たに見出された。図-3 は式(2)および(3)による計算結果と従来の実験結果とを示したものであり、かなりよく領域区分されていることがわかる。

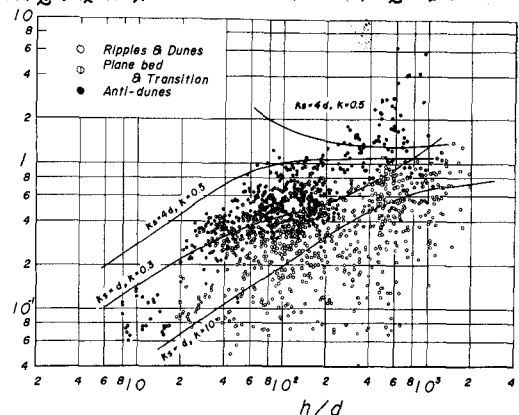


図-3 河床形態に関する計算結果と実験結果との比較

3-2. 飛砂による砂面形態の領域区分

図-4 は式(3) から得られた飛砂による砂面形態の領域区分図であり、計算に用いた定数は saltation の実験結果から、 $e_s = 0.91$, $e_m = 0.44$, $\tan \beta_m = 1.5$ および $\lambda = 0.26$ とし、 $\sigma/\rho = 2200$ および $C_1 = 0.01$ とおいた。これから、近似解によれば anti-dunes は発生せず、 $k > 1$ では砂れんの発生限界と与える C_1 は k に関係なく、それぞれの k_s に対して一定になり、 k_s が大きい程その値は大きくなるが、 $k < 0.3$ では k_s が小さい程砂れんの発生領域が広くなることがわかった。飛砂がある場合の k_s と C_1 との関係は図-5 に示され、 C_1 の増加に伴って k_s/d が大きくなっており、前述した結果と接続していよう。図-4 から実験および観測結果と計算結果との対応がよくことが認められる。一方、式(2)による数値解は解析解の場合と同様の傾向が見出された。図-5 C_1 と k_s/d との関係

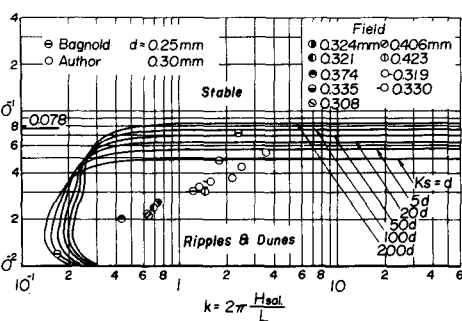
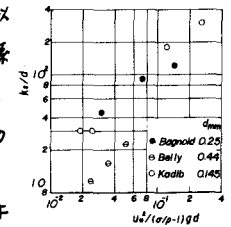


図-4 飛砂による砂面形態の領域区分



4. 結 語 今後、飛砂の場合の広範囲な実験資料との比較検討を行いたい。最後に、種々御討議して戴いた京大防災研 村本嘉雄教授に謝意を表します。(参考文献) 1) 土屋・河田・林: 飛砂による砂面の特性について、土木学会論文誌, B351, II, 24. 2) 土屋・河田: 砂粒の SALTATION に基づく飛砂量制による、第19回水理講演会論文集, B350.